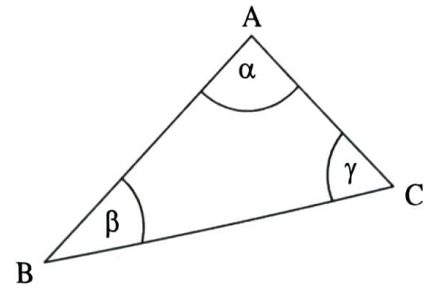
משולשים

סכום זוויות במשולש

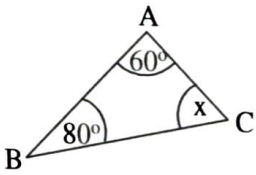


סכום הזוויות במשולש הוא 180°

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

דוגמאות:

1. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,



$\sphericalangle x = ?$

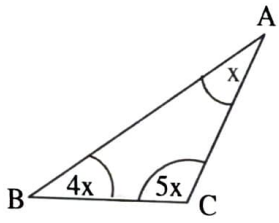
פתרון:

סכום זוויות במשולש שווה ל- 180° :

$\sphericalangle x + 80° + 60° = 180°$

$\sphericalangle x = 180° - 80° - 60° = 40°$

2. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,



$\sphericalangle x = ?$

פתרון:

סכום זוויות במשולש שווה ל- 180° :

$x + 4x + 5x = 180°$

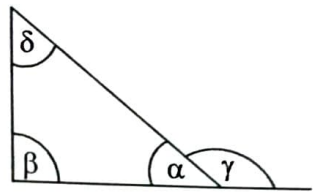
$10x = 180°$ /:10

$x = 18°$

זווית חיצונית במשולש

זווית חיצונית במשולש היא זווית הנוצרת בין צלע המשולש להמשכה של צלע אחרת של המשולש. הזווית החיצונית משלימה את הזווית הצמודה אליה ל-180° (מכיוון שזוהי זווית שטוחה):

$\alpha + \gamma = 180^o$



אנו יודעים ש- $\alpha + \beta + \delta = 180^o$ וכן ש- $\alpha + \gamma = 180^o$.

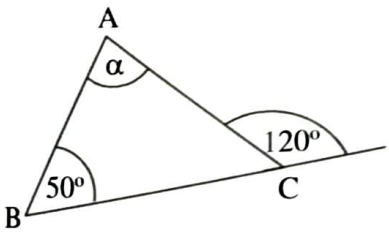
כלומר $\beta + \delta$ משלימות את α ל- 180° וגם γ משלימה את α ל-180°.

מכאן ניתן להסיק ש- $\delta + \beta = \gamma$.

זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה

דוגמאות:

.1 $\alpha = ?$



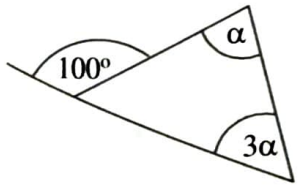
פתרון:

על-פי הכלל:

$\alpha + 50^o = 120^o$

$\alpha = 70^o$

.2 $\alpha = ?$



פתרון:

על-פי הכלל:

$100^o = \alpha + 3\alpha$

$100^o = 4\alpha \qquad / : 4$

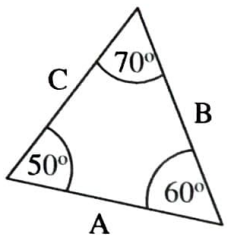
צלע גדולה מול זווית גדולה

במשולש, הצלעות והזוויות נמצאות ביחס ישר. כלומר:

הצלע הגדולה נמצאת מול הזווית הגדולה.
הצלע הקטנה נמצאת מול הזווית הקטנה.
הצלע הבינונית נמצאת מול הבינונית הגדולה.

דוגמאות:

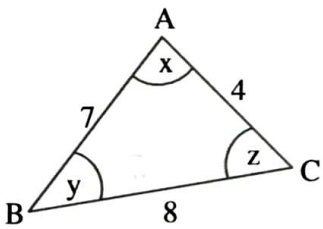
1. במשולש ABC שבסרטוט, מה מהבאים נכון **בהכרח**?



(1) $A < C < B$
(2) $A < B < C$
(3) $B < C < A$
(4) $C < B < A$

פתרון:
ניתן לראות לפי גדלי הזוויות שהצלע A, שנמצאת מול הזווית הגדולה במשולש, היא הגדולה ביותר. אחריה צלע C, שנמצאת מול הזווית הבינונית, והקטנה מבין הצלעות היא B, שנמצאת מול הזווית הקטנה ביותר ולכן הביטוי $B < C < A$ הוא נכון בהכרח. תשובה (3) נכונה.

2. נתון משולש ABC שבסרטוט. מה מהבאים נכון **בהכרח**?

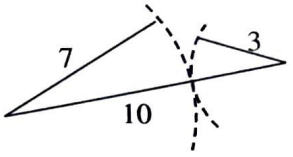


(1) $z < y < x$
(2) $y < z < x$
(3) $x < z < y$
(4) $z < x < y$

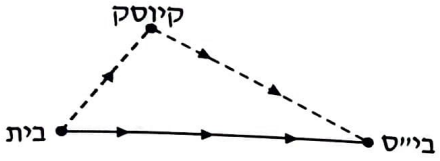
פתרון:
כאן ניתן לראות שהצלע הגדולה ביותר היא BC, השווה ל-8 ולכן הזווית הגדולה במשולש תהיה מולה בהתאמה, כלומר זווית x. הצלע הבינונית במשולש היא AB שווה ל-7 והזווית הבינונית היא z ואילו זווית y שנמצאת מול הצלע הקטנה AC היא הקטנה ביותר.
כלומר: $y < z < x$. תשובה (2) נכונה.

אי-שוויון המשולש

ננסה לסרטט משולש בעל 3 צלעות: 3 ס"מ, 7 ס"מ ו-10 ס"מ:



ניתן לראות כי כאשר צלע אחת שווה לסכום שתי הצלעות האחרות אין אפשרות ליצור משולש. לפחות אחת הצלעות האחרות חייבת להיות ארוכה יותר על-מנת לסגור את המשולש, ולכן אפשר להסיק שסכום שתי צלעות במשולש חייב להיות גדול יותר מהצלע השלישית.



הרעיון העומד מאחורי כלל זה הוא פשוט - הדרך הקצרה ביותר בין שתי נקודות היא הקו הישר המחבר ביניהן. אם נעבור בדרך בנקודה נוספת (הקודקוד השלישי של המשולש) ברור שהדרך תתארך.

סכום שתי צלעות במשולש יהיה תמיד גדול מהצלע השלישית

דוגמאות:

1. במשולש ABC נתון: $AC = 12$, $BC = 17$

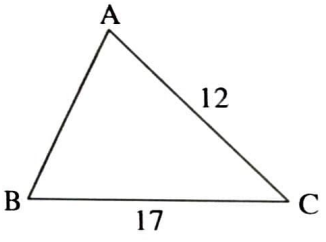
מכאן ניתן להסיק ש-AB קטן מ-29 (AC + BC).

כמו כן, ניתן לומר גם ש-AB חייב להיות גדול מ-5:

$BC < AC + AB$

$17 < 12 + AB$

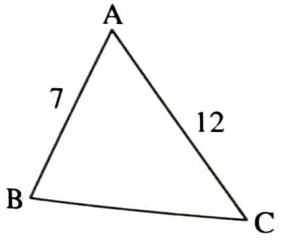
לכן, $5 < AB < 29$.



2. במשולש ABC ידוע כי 7 ס"מ = AB ו-12 ס"מ = AC.

מה **יכול להיות** היקף המשולש (בס"מ)?

(1) 21 (2) 27 (3) 39 (4) 23



פתרון:

ניתן להסיק מהנתונים ש-

$BC < 12 + 7$

$BC < 19$

וגם:

$AC < BC + AB$

$12 < BC + 7$

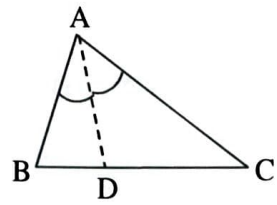
$5 < BC$

מצאנו כי $5 < BC < 19$. כעת נבדוק את התחום של ההיקף. אם $BC = 5$, היקף המשולש יהיה שווה ל-24 ס"מ, ולכן היקף המשולש חייב להיות גדול יותר. אם $BC = 19$, היקף המשולש יהיה שווה ל-38 ס"מ, ולכן היקף המשולש חייב להיות קטן יותר. התשובה היחידה שמתאימה היא תשובה מספר (2).

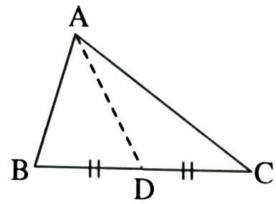
גובה, תיכון וחוצה זווית

מכל קדקוד במשולש ניתן להוריד 3 ישרים : חוצה זווית, תיכון וגובה.

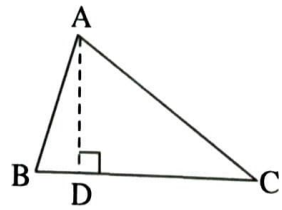
חוצה זווית - ישר היוצא מהקודקוד ומחלק את הזווית ל-2 זוויות שוות. הישר AD מחלק את זווית $\sphericalangle BAC$ כך ש- $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC$.



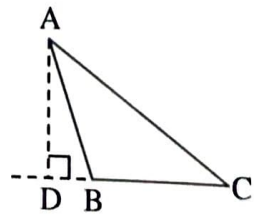
תיכון - ישר היוצר מהקודקוד ומחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים שווים. הישר AD מחלק את צלע BC לשני קטעים שווים כך ש- $BD = DC$.



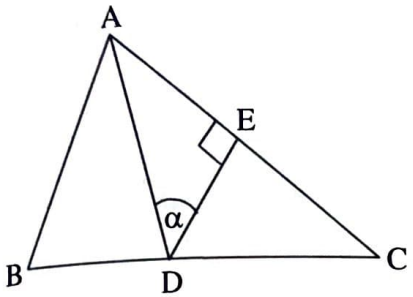
גובה - ישר היוצא מהקודקוד ויוצר זווית של $90°$ עם הצלע ממולו או עם המשך הצלע. הישר AD אנך לצלע BC כך ש- $\sphericalangle ADC = \sphericalangle BDA = 90°$.



במשולש קהה זווית, הגובה היוצא מקודקודי הזוויות החדות יחתוך את הצלע שמולו מחוץ למשולש וייצור זווית ישרה עם המשך הצלע ולא עם הצלע עצמה. לגובה זה קוראים בשם גובה חיצוני. AD הוא הגובה לישר BC ויוצר זווית של $90°$ עם המשך הצלע.



דוגמאות:



.1 במשולש ABC נתון:

$\measuredangle BAC = 70°$.

AD חוצה את זווית BAC.

DE הוא גובה במשולש DCA.

$\alpha = ?$

פתרון:

נתון שזווית $\measuredangle BAC$ שווה ל- 70° וש-AD חוצה את זווית $\measuredangle BAC$. לכן:

$$\measuredangle BAC = \frac{70°}{2} = 35°$$

נתון שהישר DE הינו גובה במשולש DCA ולכן זווית $\measuredangle DEA$ שווה ל- 90°.

כעת נחשב לפי סכום זויות במשולש ונמצא את גודלה של זווית α:

$$\alpha + 90° + 35° = 180° \quad \Rightarrow \quad \alpha = 55°$$

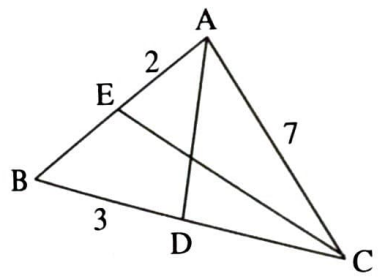
.2 במשולש ABC נתון:

AD תיכון לצלע BC.

CE תיכון לצלע AB.

7 ס"מ = AC , 2 ס"מ = AE , 3 ס"מ = BD

מהו היקף המשולש?



פתרון:

נתון ש-AD הוא תיכון לצלע BC ולכן BD = DC = 3 וכל הצלע BC שווה ל-6 ס"מ.

נתון ש-CE הוא תיכון לצלע AB ולכן AE = BE = 2 וכל הצלע AB שווה ל-4 ס"מ.

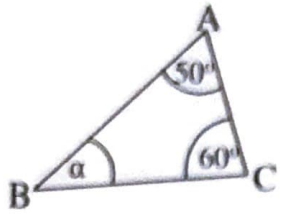
ידוע גם ש-7 ס"מ = AC. נחבר את הצלעות ונמצא את ההיקף:

$$AB + BC + AC = 4 + 6 + 7 = 17$$

תרגול משולשים כללי

1. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

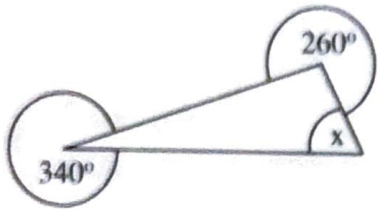
$\alpha = ?$



---

2. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

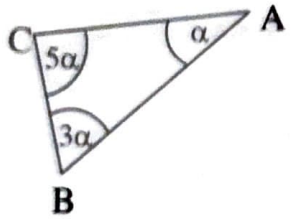
$x = ?$



---

3. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

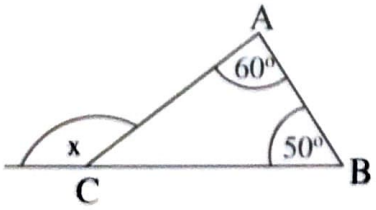
$\alpha = ?$



---

4. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

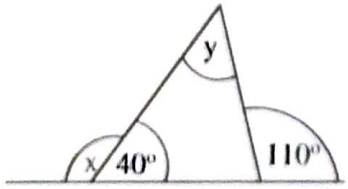
$x = ?$



---

5. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

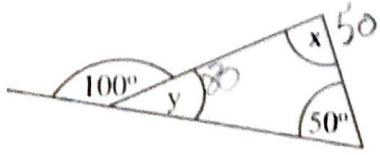
$x + y = ?$



---

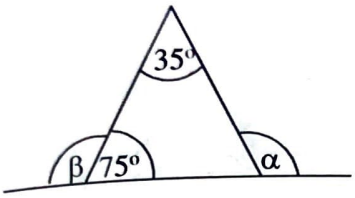
6. על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

$2x + y = ?$



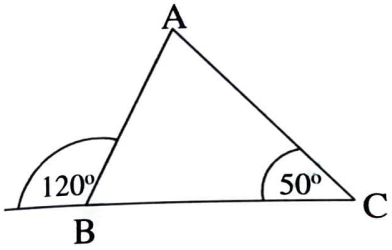
.7 על-פי נתוני הסרטוט שלפניך,

$\beta + \alpha = ?$



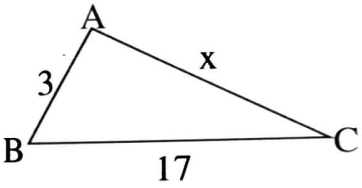
.8 על-פי נתוני הסרטוט שלפניך, מהי הצלע הקטנה במשולש ABC?

(1) AB
(2) BC
(3) AC
(4) אי-אפשר לדעת מהנתונים



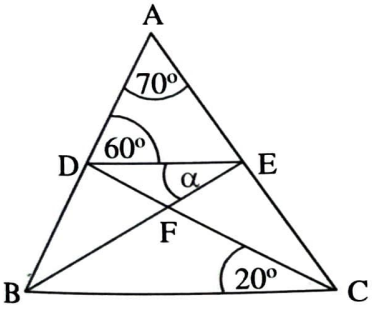
.9 על-פי נתוני הסרטוט שלפניך, מצא את התחום של x:

_____ < x < _____



.10 CD ו-BE הם חוצי זוויות ∢C ו- ∢B בהתאמה.
נתון: $\measuredangle DCB = 20°$, $\measuredangle BAC = 70°$, $\measuredangle ADE = 60°$.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$

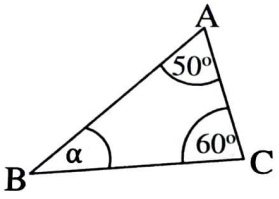


(1) 10°
(2) 30°
(3) 25°
(4) 20°

תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	70°	60°	20°	110°	210°	180°	215°	1	14-20	3

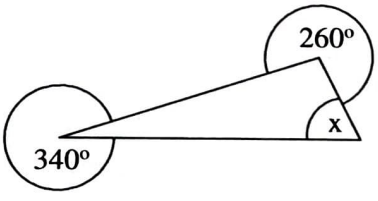
.1 סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° :



$x + 60° + 50° = 180°$

$x = 70°$

.2 תחילה נחשב את הזווית הפנימיות במשולש :



$360° - 260° = 100°$

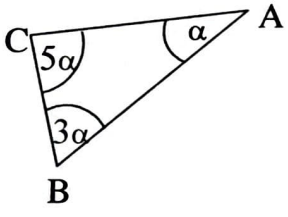
$360° - 340° = 20°$

סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° :

$x + 20° + 100° = 180°$

$x = 60°$

.3 סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°:

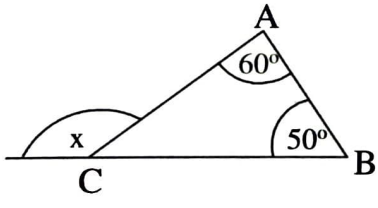


$\alpha + 5\alpha + 3\alpha = 180°$

$9\alpha = 180°$ $\quad /:9$

$\alpha = 20°$

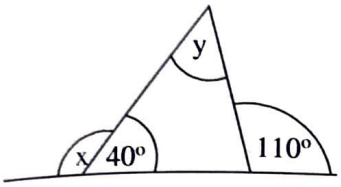
.4 זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה :



$x = 50° + 60° = 110°$

---

5. נחשב את זווית x :



$$x = 180° - 40° = 140°$$

נחשב את זוויות y - זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה:

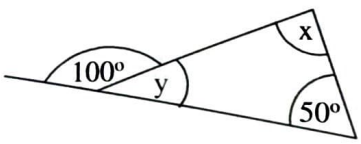
$$110° = 40° + y$$
$$70° = y$$

נחשב את הביטוי המבוקש:

$$x + y = 140° + 70° = 210°$$

---

6. תחילה נחשב את זווית y :



$$y = 180° - 100° = 80°$$

סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° :

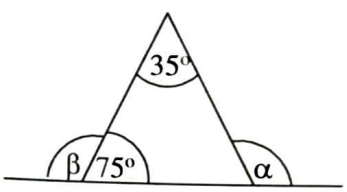
$$x + y + 50° = 180°$$
$$x + 80° + 50° = 180°$$
$$x = 50°$$

נחשב את הביטוי המבוקש:

$$2x + y = 2 \cdot 50° + 80° = 180°$$

---

7. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה:



$$\alpha = 75° + 35° = 110°$$

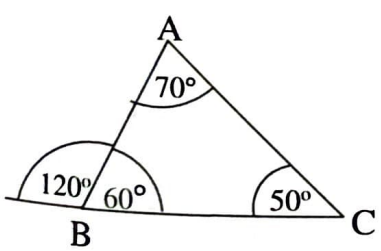
זווית β צמודה לזווית בת ה- 75° ולכן משלימה אותה ל- 180°, ושווה ל- 105°.

נחשב את הביטוי המבוקש:

$$\beta + \alpha = 105° + 110° = 215°$$

---

8. נחשב תחילה את הזוויות הנוספות במשולש:



$$\measuredangle ABC = 180° - 120° = 60°$$

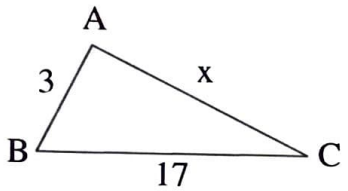
סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180° :

$$\measuredangle BAC = 180° - 60° - 50° = 70°$$

במשולש, הצלע הקטנה ביותר נמצאת מול הזווית הקטנה ביותר, ולכן AB היא הצלע הקטנה ביותר.
תשובה (1) נכונה.

---

9. סכום שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.



נחשב תחילה את התחום המקסימלי של x :

$x < AB + BC$
$x < 3 + 17$
$x < 20$

נחשב את התחום המינימלי של x :

$BC < x + AB$
$17 < x + 3$
$14 < x$

מצאנו כי התחום של x הוא:

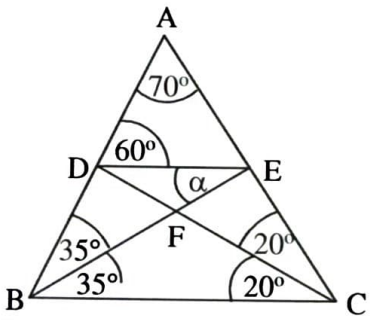
$14 < x < 20$

ניתן לחשב את התחום של x במהירות, על-ידי חישוב הסכום וההפרש של שתי הצלעות האחרות:

$17 - 3 < x < 17 + 3$
$14 < x < 20$

---

10. תשובה (3) נכונה.



סכום הזוויות במשולש AED שווה ל- 180°:

$\sphericalangle AED = 180° - 60° - 70° = 50°$

נתון כי CD חוצה את זווית $\sphericalangle ECB$, ולכן הוא מחלק אותה לשתי זוויות בנות 20° כל אחת, וזווית $\sphericalangle C = 40°$.

סכום הזוויות במשולש ABC שווה ל- 180°, ולכן זווית $\sphericalangle B = 70°$:

$\sphericalangle B = 180° - 40° - 70° = 70°$

הישר BE חוצה את זווית $\sphericalangle B$ לשתי זוויות שוות בנות 35° כל אחת.

זווית חיצונית ($\sphericalangle ADE$) למשולש DBE שווה לסכום זתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה:

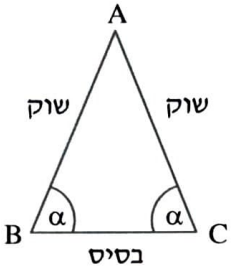
$60° = 35° + \alpha$
$25° = \alpha$

משולשים מיוחדים

משולש שווה-שוקיים

במשולש שווה-שוקיים זוויות הבסיס שוות זו לזו

משולש ABC הוא שווה-שוקיים (AB = AC).

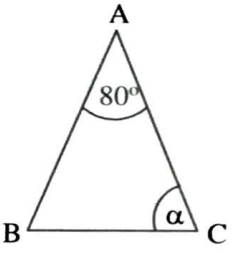


דוגמה:

משולש ABC הוא שווה-שוקיים (AB = AC).

נתון: $\measuredangle BAC = 80°$.

$\alpha = ?$



פתרון:

נתון לנו שהמשולש שווה-שוקיים (AB = AC).

מכאן אפשר להסיק ש- $\angle ABC = \angle ACB = \alpha$.

כמו כן ידוע לנו שסכום זוויות המשולש שווה ל-180°. מכאן ש-

$$80^o + \alpha + \alpha = 180^o$$

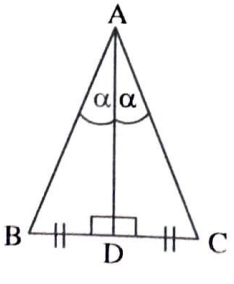
$$2\alpha = 100^o$$

$$\alpha = 50^o$$

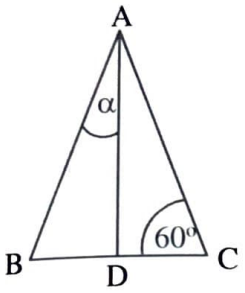
במשולש שווה-שוקיים התיכון <u>לבסיס</u> הוא גם הגובה לבסיס וגם חוצה את זווית הראש

במשולש שווה-שוקיים ABC, AD חוצה את זווית $\measuredangle A$ ולכן הוא גם גובה ותיכון לצלע BC. כלומר,

$\measuredangle ADB = \measuredangle ADC = 90°$, $BD = DC$



דוגמאות:



1. משולש ABC שווה-שוקיים (AB = AC).

$\angle ACB = 60^o$

העבירו תיכון AD לצלע BC.

$\alpha = ?$

פתרון:

ידוע לנו שמשולש ABC הוא שווה-שוקיים וכן ש-AD הוא תיכון,

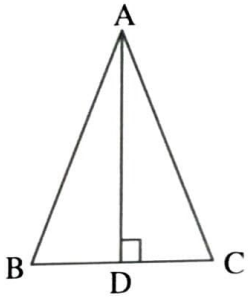
לכן ניתן להסיק ש-AD הוא גם גובה וגם חוצה זווית.

סכום זוויות במשולש ADC שווה ל- 180° :

$\sphericalangle ACD + \sphericalangle ADC + \alpha = 180°$

$60° + 90° + \alpha = 180°$

$\alpha = 30°$



2. משולש ABC שווה-שוקיים (AB = AC).

10 ס״מ = AC, היקף המשולש שווה ל-28 ס״מ.

$BD = ?$

פתרון:

ידוע ש-AD הוא גובה במשולש שווה-שוקיים ABC ולכן

הוא גם תיכון וגם חוצה זווית (BD = DC). כמו כן ידוע שהיקף

משולש ABC שווה ל-28 ס״מ. אנו יודעים ש- AB = AC = 10. מכאן הנוסחה :

$AB + AC + BC = 28$

$10 + 10 + BC = 28$

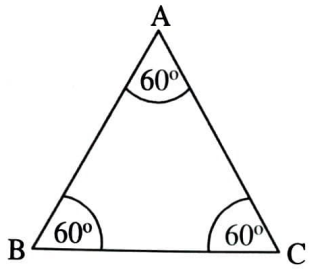
$BC = 8$

מכיוון ש-AD תיכון, BD = DC = 4

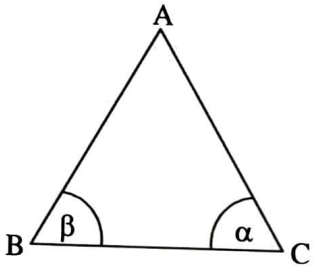
משולש שווה-צלעות

משולש שווה-צלעות הינו משולש שבו כל הצלעות שוות. הוא מקיים את כל הכללים של משולש שווה-שוקיים, כאשר כל אחת מצלעותיו יכולה להיות הבסיס.

במשולש שווה-צלעות כל הזוויות שוות ל-60°



דוגמאות:



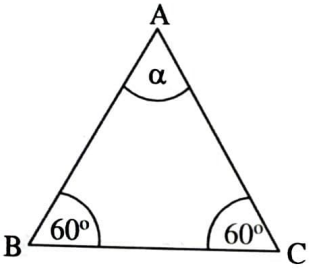
1. במשולש ABC, $AB = BC = AC$.

$\alpha + \beta = ?$

פתרון:

מכיוון ש-$AB = BC = AC$, משולש ABC הוא שווה-צלעות.

כלומר, כל הזוויות שוות ל-60°. לכן: $\alpha + \beta = 60^o + 60^o = 120^o$.



2. במשולש ABC נתון:

$BC =$ 8 ס"מ, $\angle ABC = \angle ACB = 60^o$.

מהו היקף המשולש?

פתרון:

ידוע ש- $\angle ABC + \angle ACB = 120^o$ ומכיוון שסכום

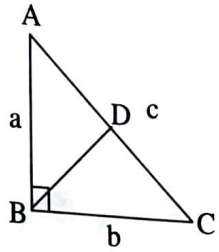
זוויות המשולש הוא 180° אז $\alpha = 180^o - 120^o = 60^o$.

כלומר כל הזוויות שוות ל-60°. מכאן אפשר להסיק שהמשולש

שווה-צלעות ולכן היקפו הוא: $8 \cdot 3 = 24$.

משולש ישר-זווית

משולש ישר-זווית הינו משולש אשר אחת מזוויותיו שווה ל-90°.



משולש ABC הינו משולש ישר-זווית. BD הינו תיכון ליתר. שתיים מצלעות המשולש מאונכות זו לזו ונקראות ניצבים (a ו-b), ואילו הצלע השלישית, הנמצאת מול הזווית בת ה-90°, נקראת יתר (c). כאמור, מול הזווית הגדולה ביותר במשולש נמצאת הצלע הגדולה ביותר במשולש.

במשולש ישר-זווית, היתר הינה הצלע הארוכה ביותר

משפט פיתגורס

סכום ריבועי הניצבים שווה ליתר בריבוע:

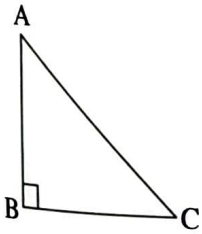
$$a^2 + b^2 = c^2$$

משפט פיתגורס מאפשר לנו למצוא את אורכה של צלע חסרה במשולש ישר-זווית, כאשר נתון אורכן של שתי הצלעות האחרות.
משפט פיתגורס מתקיים אך ורק במשולשים ישרי-זווית.

דוגמאות:

1. משולש ABC הינו ישר-זווית.
נתון: 4 ס"מ = BC, 3 ס"מ = AB.

AC = ?



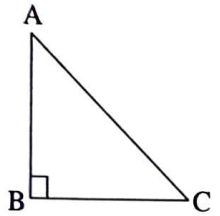
פתרון:
על-מנת למצוא את היתר AC נעזר במשפט פיתגורס:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$
$$3^2 + 4^2 = AC^2$$
$$9 + 16 = AC^2$$
$$AC^2 = 25 \qquad /\sqrt{\ }$$
$$AC = 5$$

.2 משולש ABC הינו ישר-זווית.

נתון: $AB = 6$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ.

$BC = ?$



פתרון:

נוכל לפתור שאלה זו באמצעות משפט פיתגורס:

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$6^2 + BC^2 = 10^2$

$BC^2 = 100 - 36$

$BC^2 = 64 \qquad /\sqrt{\ }$

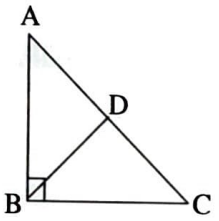
$BC = 8$

.3 בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר-זווית

ושווה-שוקיים ($\measuredangle ABC = 90°$, $AB = BC$).

נתון: $AD = DC$, $AC = 8$ ס"מ , $AB = \sqrt{32}$ ס"מ

$BD = ?$



פתרון:

נתון ש- $AD = DC$ ולכן: $AD = DC = 4$

במשולש שווה-שוקיים התיכון לבסיס הוא גם גובה, ולכן זווית $\measuredangle ADB = 90°$.

כעת נוכל לחשב את BD בעזרת משפט פיתגורס במשולש ABD:

$AD^2 + DB^2 = AB^2$

$4^2 + DB^2 = \left(\sqrt{32}\right)^2$

$16 + DB^2 = 32$

$DB^2 = 16 \qquad /\sqrt{\ }$

$DB = 4$

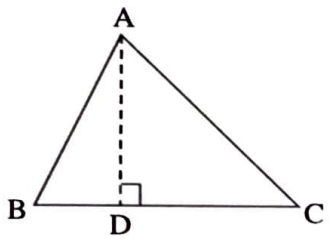
שטח משולשים

שטח משולש רגיל

$$\text{שטח משולש} = \frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה לצלע}}{2}$$

דוגמאות:

1. במשולש ABC העבירו גובה AD לצלע BC.
נתון: 4 ס"מ = BC, 3 ס"מ = AD.
מהו שטח המשולש?

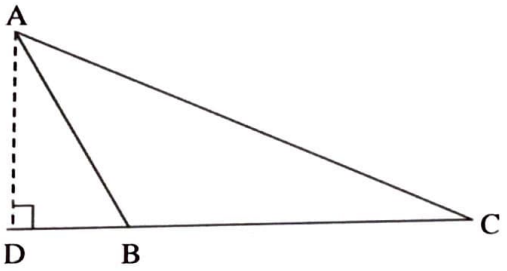


פתרון:
נחשב את שטח המשולש בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$\text{שטח משולש ABC} = \frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה}}{2} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

הערה:
את היחידות אנו מסמנים בסנטימטר רבוע, או בקיצור - סמ"ר.

2. בסרטוט שלפניך משולש ABC.
נתון: 8 ס"מ = BC, 5 ס"מ = AD.
על-פי נתונים אלה ונתנוי הסרטוט, מה שטחו של משולש ABC (בסמ"ר)?



פתרון:
שימו לב כי AD הוא הגובה לצלע BC, למרות שהוא "פוגש" את המשכה של הצלע רק מחוץ למשולש.
גובה זה נקרא גובה חיצוני למשולש, ומצב זה קורה במשולשים קהיי-זווית (כאשר הזווית גדולה מ- °90).
נחשב את שטח המשולש בעזרת הנוסחה לחישוב שטח משולש:

$$\text{שטח משולש ABC} = \frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה}}{2} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20$$

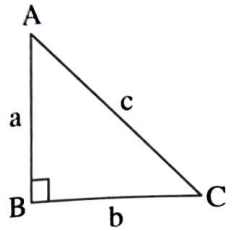
שטח משולש ישר-זווית

במשולש ישר-זווית הניצבים a ו-b מאונכים זה לזה, ולכן הם מהווים צלע וגובה לצלע במשולש.
נוכל להשתמש באורך הניצבים בכדי למצוא את השטח:

$$\text{שטח משולש ישר-זווית} = \frac{\text{מכפלת הניצבים}}{2}$$

הערה: ניתן כמובן גם לחשב שטח משולש ישר-זווית בעזרת היתר והגובה ליתר.

דוגמאות:

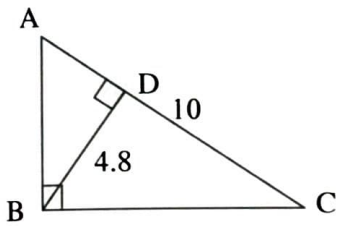


1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: 5 ס"מ = b, 4 ס"מ = a.
מהו שטח המשולש (בסמ"ר)?

פתרון:
נוכל למצוא את שטח המשולש על-פי הנוסחה.
נציב את a ו-b בנוסחה:

$$\text{שטח } ABC = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

שטח המשולש הינו 10 סמ"ר.



2. במשולש ישר-זווית ABC נתון: 10 ס"מ = AC, 4.8 ס"מ = BD.
מהו שטח המשולש (בסמ"ר)?

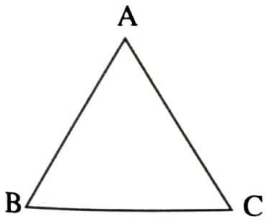
פתרון:
נחשב בעזרת היתר והגובה ליתר.
נציב את AC ו-BD בנוסחה:

$$\text{שטח } ABC = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{10 \cdot 4.8}{2} = 24$$

שטח המשולש הינו 24 סמ"ר.

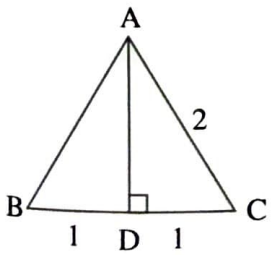
שטח משולש שווה-צלעות

דוגמה:



ABC משולש שווה-צלעות.
נתון: 2 ס"מ = AB.
מהו שטח המשולש?

פתרון:
נתון שהמשולש שווה-צלעות, ולכן:
$AB = BC = 2$.
נוריד גובה מקודקוד A לצלע BC.
במשולש שווה-צלעות, הגובה הוא גם תיכון, ולכן:
$DC = BD = 1$.



משולש ADC הינו משולש ישר-זווית, וניתן לחשב את הניצב AD בעזרת משפט פיתגורס.

$$DC^2 + AD^2 = AC^2$$

$$1^2 + AD^2 = 2^2$$

$$AD^2 = 4 - 1$$

כעת נחשב את שטח המשולש ABC:

$$\frac{\text{הגובה לצלע} \cdot \text{צלע}}{2} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

משולש ABC שווה ל- $\sqrt{3}$ סמ"ר.

ראינו כי ניתן לחשב שטח משולש שווה-צלעות כאשר נתונה הצלע, בעזרת הנוסחה הרגילה לחישוב שטח משולש, אולם החישוב מעט ארוך.
מכיוון שבבחינה הפסיכומטרית חישוב שטח משולש שווה-צלעות הוא דבר שכיח, פותחה נוסחה נוספת, המיועדת לחישוב שטח משולש שווה-צלעות בלבד.
נוסחה זו כוללת פרמטר אחד בלבד - אורך הצלע, ואין צורך למצוא את הגובה על-מנת לחשב את שטח המשולש.

הנוסחה לחישוב שטח משולש שווה-צלעות:

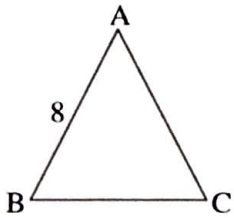
$$\text{שטח משולש שווה-צלעות} = \frac{(\text{צלע})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

נציב את הנתונים מהשאלה הקודמת:

$$\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

הרבה יותר מהיר!

<u>דוגמה:</u>



במשולש שווה-צלעות ABC, אורך הצלע הוא 8 ס"מ.
מהו שטח המשולש (בסמ"ר)?

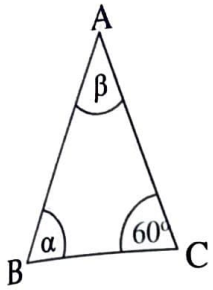
<u>פתרון:</u>
נציב בנוסחה:

$$\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{8^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{64 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$$

תרגול משולשים מיוחדים

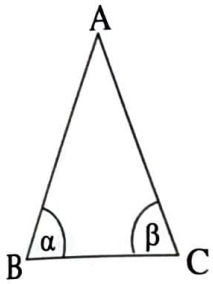
.1 משולש ABC הוא שווה-שוקיים (AB = AC).
נתון: $\sphericalangle ACB = 60°$.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\beta = ?$



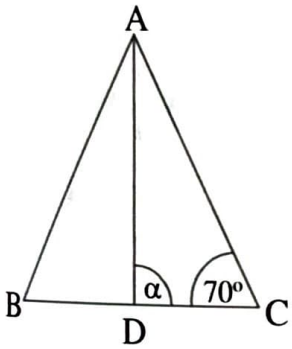
.2 במשולש ABC, $\alpha = \beta$.
איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

(1) $BC < AB$
(2) $AB = AC$
(3) $AC < BC$
(4) אי-אפשר לדעת מהנתונים



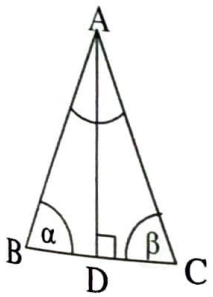
.3 משולש ABC שווה-שוקיים (AB = AC)
צלע AD חוצה את זווית $\sphericalangle BAC$.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

$\alpha = ?$



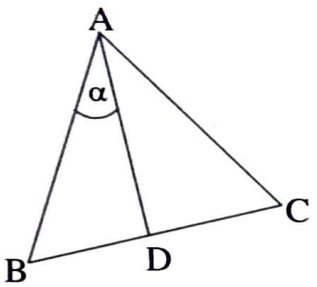
.4 משולש ABC הוא שווה-שוקיים (AB = AC).
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
איזו מהטענות הבאות נכונה **בהכרח**?

(1) $\alpha = \beta$
(2) היקף משולש ADC שווה להיקף משולש ADB
(3) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC$
(4) כל התשובות שלעיל נכונות בהכרח

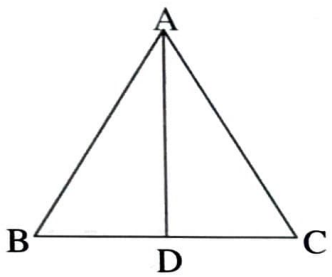


.5 משולש ABC הוא שווה-צלעות.
AD הוא תיכון ל-BC.

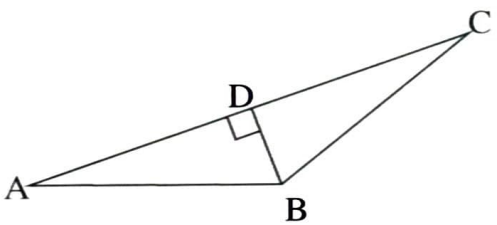
$\alpha = ?$



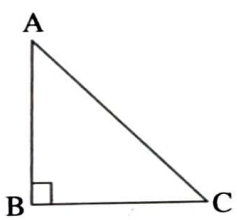
.6 במשולש ABC כל הזוויות שוות זו לזו.
AD הוא חוצה זווית ∢A, 7 ס"מ = AB.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה אורכו של BD (בס"מ)?



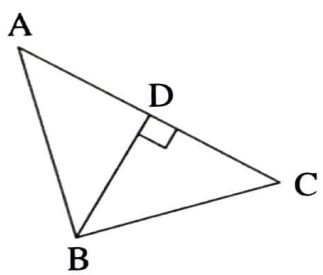
.7 נתון: 8 ס"מ = AC, 3 ס"מ = BD.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מהו שטח המשולש ABC (בסמ"ר)?



.8 נתון: 8 ס"מ = BC, 6 ס"מ = AB.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מהו שטח המשולש ABC (בסמ"ר)?

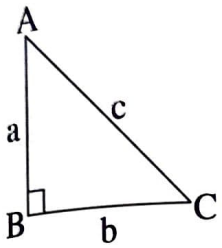


.9 נתון: 10 ס"מ = AC, שטח משולש ABC שווה ל-40 סמ"ר.
על-פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה אורכו של BD (בס"מ)?



---

10. נתון משולש ישר-זווית. שני ניצביו a ו-b והיתר c.
השלם/י את הטבלה שלפניך על-ידי משפט פיתגורס.



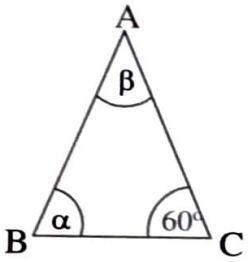
	אורך ניצב a	אורך ניצב b	אורך היתר c
.1	3	4	
.2	5	12	
.3	1	3	
.4	5	7	
.5		6	12
.6		7	11
.7		1	2
.8		5	9
.9	3		9
.10	6		10
.11	7	9	
.12	11		17

תשובות

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
תשובה	60°	2	90°	4	30°	3.5	12	24	8	מפורט בהמשך

1. $\beta = 60°$.

זוויות הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו:



$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$

$\alpha = 60°$

סכום הזוויות במשולש שווה ל- 180°:

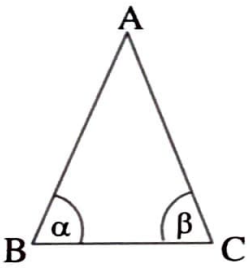
$\beta = 180° - 60° - 60° = 60°$

---

2. תשובה (2) נכונה.

במשולש ABC, $\beta = \alpha$.

נתון, כי במשולש ABC יש שתי זוויות שוות, ולכן זהו משולש שווה-שוקיים (AC = AB).



נבדוק את התשובות:

תשובה (1): הבסיס BC יכול להיות גדול או קטן מהשוק AB. אין לדעת אם טענה זו נכונה.

תשובה (2): מכיוון שזוויות הבסיס שוות, גם השוקיים AB ו-AC שוות זו לזו. טענה זו נכונה.

תשובה (3): הבסיס BC יכול להיות גדול או קטן מהשוק AC. אין לדעת אם טענה זו נכונה.

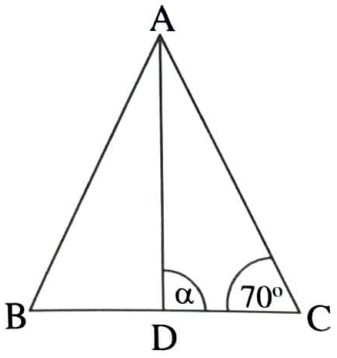
תשובה מס' 4 - טענה זו לא רלוונטית, מכיוון שכבר מצאנו שתשובה (2) נכונה.

.3 $\alpha = 90°$.

ניתן להגיע לתשובה ללא חישוב - הצלע AD חוצה את זווית הראש במשולש שווה-שוקיים, ועל כן היא גם תיכון וגובה לבסיס. מכיוון שהיא גובה, היא תיצור זווית של $90°$.

ניתן גם לחשב, כדי להגיע לאותה תוצאה.

נמצא את צלעות המשולש ABC :



$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = 70°$

סכום הזוויות במשולש שווה ל- $180°$:

$\sphericalangle BAC + 70° + 70° = 180°$

$\sphericalangle BAC = 40°$

צלע AD חוצה את זווית BAC, ולכן :

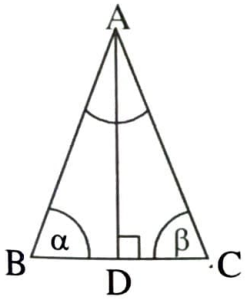
$\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC = 20°$

סכום הזוויות במשולש ADC שווה ל- $180°$, ולכן :

$\alpha = 180° - 20° - 70° = 90°$

.4 תשובה (4) נכונה.

נבדוק את התשובות :



תשובה (1) : זווית הבסיס במשולש שווה-שוקיים שוות זו לזו. טענה זו <u>נכונה</u>.

תשובה (2) : נתון כי $AC = AB$. מעבר לכך ידוע כי במשולש שווה-שוקיים הגובה לבסיס הוא גם תיכון, ולכן $DC = BD$. לכן, היקפי המשולשים ADB ו-ADC שווים זה לזה. טענה זו <u>נכונה</u>.

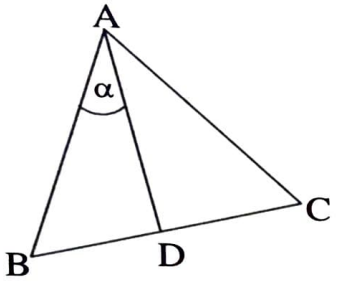
תשובה (3) : הגובה לבסיס במשולש שווה-שוקיים הוא גם חוצה זווית הראש, ועל כן :

$\sphericalangle BAD = \sphericalangle BAC$

טענה זו <u>נכונה</u>.

תשובה (4) : לפי המשפטים הקודמים, כמובן שגם טענה זו נכונה.

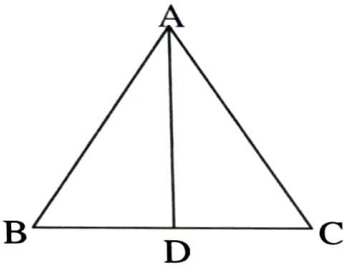
.5 $\alpha = 30°$.



גודל כל זווית במשולש שווה-צלעות הוא $60°$.
במשולש שווה-צלעות, התיכון לצלע הוא גם אנך וגם חוצה זווית.
הצלע AD חוצה את זווית $\sphericalangle BAC$ לשתי זוויות בנות $30°$ כל אחת, ולכן:

$$\sphericalangle BAD = \alpha = 30°$$

.6 $BD = 3.5$.

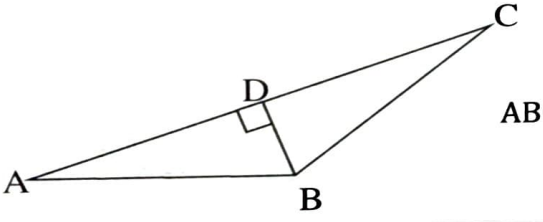


נתון כי משולש ABC הוא משולש בו כל הזוויות שוות, מכאן נובע כי הוא משולש שווה-צלעות.

על-פי הנתונים הצלע 7 ס"מ = AB. לכן, אורך כל אחת מצלעות המשולש ABC הוא 7 ס"מ.
במשולש שווה-צלעות, חוצה הזווית הוא גם תיכון, ולכן מחלק את הצלע BC לשני חלקים שווים:

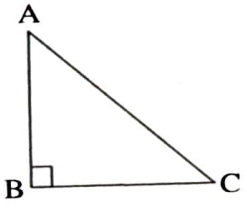
$$BD = \frac{7}{2} = 3.5$$

.7 שטח המשולש ABC הוא 12 סמ"ר.
נחשב את שטח המשולש ABC:



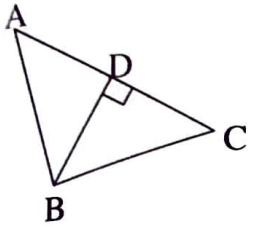
$$\text{שטח משולש } ABC = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{8 \cdot 3}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

.8 שטח המשולש ABC הוא 24 סמ"ר.
כדי לחשב שטח משולש ישר זווית עלינו לכפול את ניצביו ולחלק ב-2. נחשב את שטח המשולש ABC:



$$\text{שטח משולש } ABC = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

.9 אורך הצלע BC הוא 8 ס"מ.
נציב את הנתונים בנוסחה לחישוב שטח משולש :



$$\text{שטח משולש } ABC = \frac{AC \cdot BD}{2} = 40$$

$$\frac{10 \cdot BD}{2} = 40$$

$$10 \cdot BD = 80 \qquad /:10$$

$$BD = 8$$

.10

	אורך ניצב a	אורך ניצב b	אורך היתר c
.1	3	4	5
.2	5	12	13
.3	1	3	$\sqrt{10}$
.4	5	7	$\sqrt{74}$
.5	$\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$	6	12
.6	$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$	7	11
.7	$\sqrt{3}$	1	2
.8	$\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$	5	9
.9	3	$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$	9
.10	6	8	10
.11	7	9	$\sqrt{130}$
.12	11	$\sqrt{168} = 2\sqrt{42}$	17

1.

$3^2 + 4^2 = c^2$
$9 + 16 = c^2$
$25 = c^2$
$5 = c$

2.

$5^2 + 12^2 = c^2$
$25 + 144 = c^2$
$169 = c^2$
$13 = c$

3.

$1^2 + 3^2 = c^2$
$1 + 9 = c^2$
$10 = c^2$
$\sqrt{10} = c$

4.

$5^2 + 7^2 = c^2$
$25 + 49 = c^2$
$74 = c^2$
$\sqrt{74} = c$

5.

$a^2 + 6^2 = 12^2$
$a^2 + 36 = 144$
$a^2 = 108$
$a = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

6.

$a^2 + 7^2 = 11^2$
$a^2 + 49 = 121$
$a^2 = 72$
$a = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

7.

$a^2 + 1^2 = 2^2$
$a^2 + 1 = 4$
$a^2 = 3$
$a = \sqrt{3}$

8.

$a^2 + 5^2 = 9^2$
$a^2 + 25 = 81$
$a^2 = 56$
$a = \sqrt{56}$

9.

$3^2 + b^2 = 9^2$
$9 + b^2 = 81$
$b^2 = 72$
$b = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

10.

$6^2 + b^2 = 10^2$
$36 + b^2 = 100$
$b^2 = 64$
$b = 8$

11.

$7^2 + 9^2 = c^2$
$49 + 81 = c^2$
$130 = c^2$
$\sqrt{130} = c$

12.

$11^2 + b^2 = 17^2$
$121 + b^2 = 289$
$b^2 = 168$
$b = \sqrt{168} = 2\sqrt{42}$