חזקות

מהי חזקה?

כאשר אנו רוצים לחבר ספרה מסוימת כמה פעמים, לדוגמה: 2 + 2 + 2 + 2, ניתן לכתוב זאת בקצרה: $4 \cdot 2$, כלומר 4 פעמים 2.

כשם שניתן לקצר את פעולת החיבור באמצעות כפל, ניתן לקצר את פעולת הכפל על-ידי חזקה. לדוגמה, במקום לכתוב $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, ניתן לכתוב 2^4. כלומר, 2 כפול עצמו 4 פעמים.

המספר שמכפילים כפול עצמו נקרא בסיס (2 בדוגמה הנ"ל).

המספר שמייצג את מספר הפעמים נקרא מעריך (4 בדוגמה הנ"ל).

בסיס
מעריך

דוגמאות:

$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6$

$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

$x^2 = x \cdot x$

טבלת חזקות – ללמוד בעל פה:

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	$2^6 = 64$	$2^7 = 128$	$2^8 = 256$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$	$3^5 = 243$			
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$				
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$	$5^4 = 625$				
$6^2 = 36$	$6^3 = 216$					
$7^2 = 49$						
$8^2 = 64$						
$9^2 = 81$						
$10^2 = 100$						
$11^2 = 121$						
$12^2 = 144$						
$13^2 = 169$						
$14^2 = 196$						
$15^2 = 225$						
$16^2 = 256$						
$17^2 = 289$						
$18^2 = 324$						
$19^2 = 361$						
$20^2 = 400$						

כללי חזקות:

1. כל מספר שהמעריך שלו הוא 1 שווה למספר עצמו.

דוגמאות:

$7^1 = 7$
$452^1 = 452$
$(-3)^1 = -3$

2. כל מספר שהמעריך שלו הוא 0 שווה ל-1.

דוגמאות:

$6^0 = 1$

$(125{,}691)^0 = 1$

$(-9)^0 = 1$

3. כאשר הבסיס הוא 1, לא משנה מהו המעריך, התוצאה תהיה 1.

דוגמאות:

$1^8 = 1$

$1^{-390} = 1$

$1^{\frac{3}{4}} = 1$

4. כאשר הבסיס הוא 0, התוצאה תהיה 0 לכל מעריך חיובי.

דוגמאות:

$0^9 = 0$

$0^{7692} = 0$

$0^{\frac{5}{9}} = 0$

יחידה 1:

1. $6^0 =$
2. $72^1 =$
3. $1^{-3} =$
4. $0^5 =$
5. $5^0 + 1^5 =$

יחידה 2:

1. $3^0 =$
2. $382^1 =$
3. $0^9 =$
4. $1^{3x} =$
5. $2.5^0 =$
6. $(2x+3)^0 =$
7. $1^{13} =$
8. $(5x)^1 =$
9. $0^{12} =$
10. $1^{(x+y)} =$
11. $(-4)^0 =$
12. $-5^0 =$
13. $\left[(a+b)^2\right]^0 =$
14. $b^1 =$
15. $749^0 + 1^{749} =$

המשך כללי חזקות:

5. כאשר בסיס החזקה חיובי, התוצאה תהיה לעולם חיובית.

דוגמאות:

$3^4 = 81$

$2^6 = 64$

$4^{-2} = \frac{1}{16}$ (הסבר יבוא בהמשך... יש למה לחכות!)

6. כאשר בסיס החזקה שלילי והמעריך זוגי, התוצאה תהיה לעולם חיובית.

דוגמאות:

$(-2)^2 = (-2)\cdot(-2) = 4$

$(-4)^4 = 256$

$(-5)^2 = 25$

7. כאשר בסיס החזקה שלילי והמעריך אי זוגי, התוצאה תהיה לעולם שלילית.

דוגמאות:

$(-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -8$

$(-6)^3 = -216$

$(-4)^3 = -64$

שימו ♥ !

עלינו להבדיל בין $(-2)^4$ לבין -2^4 וליישם את סדר פעולות החשבון. במקרה הראשון העדיפות הראשונה היא לסוגריים והעדיפות השניה היא לחזקה, ולכן נעלה את כל מה שרשום בסוגריים ברביעית:

$$(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = 16$$

במקרה השני, כשאין לנו סוגריים, פעולת החזקה קודמת לפעולת המינוס, ולכן נעלה את המספר ברביעית ולאחר מכן נוסיף את סימן המינוס:

$$-2^4 = -(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2) = -16$$

יחידה 3:

1. $(-4)^2 =$
2. $(-2)^4 =$
3. $(-5)^2 =$
4. $(-3)^3 =$
5. $(-5)^3 =$
6. $(-2)^5 =$
7. $-7^2 =$
8. $(-7)^2 =$

יחידה 4:

1. $11^2 =$
2. $6^3 =$
3. $5^4 =$
4. $2^5 =$
5. $4^4 =$
6. $(-15)^2 =$
7. $(-3)^4 =$
8. $(-17)^2 =$
9. $(-2)^8 =$
10. $(-5)^2 =$
11. $(-4)^3 =$
12. $(-2)^7 =$
13. $(-3)^5 =$
14. $(-6)^3 =$
15. $(-3)^3 =$
16. $-6^2 =$
17. $(-7)^2 =$
18. $-4^4 =$
19. $-18^2 =$
20. $-3^4 =$
21. $19^2 =$
22. $(-13)^2 =$
23. $-2^8 =$
24. $3^5 =$
25. $-5^4 =$
26. $-14^2 =$
27. $-(-5)^2 =$
28. $-(-4)^3 =$
29. $-(-2)^3 =$
30. $-(-5)^3 =$

תשובות כללי חזקות:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	1
.2	72
.3	1
.4	0
.5	2

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	1	.6	1	.11	1
.2	382	.7	1	.12	(–1)
.3	0	.8	5x	.13	1
.4	1	.9	0	.14	b
.5	1	.10	1	.15	2

יחידה 3:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	16	.5	(–125)
.2	16	.6	(–32)
.3	25	.7	–49
.4	(–27)	.8	49

יחידה 4:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	121	.11	(–64)	.21	361
.2	216	.12	(–128)	.22	169
.3	625	.13	(–243)	.23	(–256)
.4	32	.14	(–216)	.24	243
.5	256	.15	(–27)	.25	(–625)
.6	225	.16	(–36)	.26	(–196)
.7	81	.17	49	.27	(–25)
.8	289	.18	(–256)	.28	64
.9	256	.19	(–324)	.29	8
.10	25	.20	(–81)	.30	125

חוקי חזקות:

חוקי חזקות עוזרים לנו להתמודד בקלות ולפשט תרגילים מורכבים, אך ראשית עלינו לשלוט בהם בצורה מוחלטת.

חשוב מאד!

חוקי חזקות ישימים רק בכפל וחילוק ולא ניתן להשתמש בהם בתרגילי חיבור וחיסור.

1. **מעריך שלילי:**

כאשר המעריך שלילי נחליף בין המונה והמכנה של הבסיס ונשנה את הסימן במעריך לחיובי. דוגמאות:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^{2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{4}\right)^{3}=\frac{125}{64}$$

$$\left(\frac{3x}{6}\right)^{-1}=\left(\frac{6}{3x}\right)^{1}=\frac{6}{3x}=\frac{2}{x}$$

במידה והבסיס שלם:

$$6^{-1}=\left(\frac{1}{6}\right)^{1}=\frac{1}{6}$$

$$9^{-2}=\left(\frac{1}{9}\right)^{2}=\frac{1}{81}$$

$$x^{-4}=\left(\frac{1}{x}\right)^{4}=\frac{1^4}{x^4}=\frac{1}{x^4}$$

יחידה 1:

1. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} =$
2. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2} =$
3. $2^{-3} =$
4. $(-3)^{-2} =$
5. $\frac{3^{-2}}{2^{-3}} =$
6. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2} = 3^{?}$

יחידה 2:

1. $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} =$
2. $\left(\frac{6}{5}\right)^{-3} =$
3. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4} =$
4. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} =$
5. $\left(\frac{8}{9}\right)^{-2} =$
6. $4^{-3} =$
7. $12^{-2} =$
8. $2^{-5} =$
9. $3^{-5} =$
10. $2^{-4} =$
11. $4^{-4} =$
12. $(-8)^{-2} =$
13. $\left(\frac{1}{6}\right)^{4} = 6^{?}$
14. $(-3)^{-3} =$
15. $\left(\frac{1}{2}\right)^{8} = 2^{?}$
16. $10^{x} = \left(\frac{1}{10}\right)^{?}$
17. $\frac{1}{3^{-5}} =$
18. $\frac{1}{9^{-2}} =$
19. $\frac{5^{-3}}{3^{-2}} =$
20. $\frac{4^{-2}}{2^{-7}} =$

תשובות מעריך שלילי:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	$\frac{16}{9}$
.2	36
.3	$\frac{1}{8}$
.4	$\frac{1}{9}$
.5	$\frac{8}{9}$
.6	-2

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	$\frac{49}{4}$	.6	$\frac{1}{64}$	.11	$\frac{1}{256}$	.16	$-x$
.2	$\frac{125}{216}$	.7	$\frac{1}{144}$	.12	$\frac{1}{64}$	.17	243
.3	$\frac{256}{81}$	.8	$\frac{1}{32}$	.13	-4	.18	81
.4	$\frac{243}{32}$	.9	$\frac{1}{243}$	.14	$\left(-\frac{1}{27}\right)$	.19	$\frac{9}{125}$
.5	$\frac{81}{64}$	.10	$\frac{1}{16}$	.15	-8	.20	$\frac{128}{16}$

יחידה 1:

1. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^{2}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$

2. $\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}=(6)^{2}=36$

3. $2^{-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{1}{8}$

4. $(-3)^{-2}=\left(-\frac{1}{3}\right)^{2}=\frac{1}{9}$

5. $\frac{3^{-2}}{2^{-3}}=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{3}}=\frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{8}}=\frac{1\cdot 8}{9\cdot 1}=\frac{8}{9}$

6. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=3^{?}\Rightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{2}=3^{-2}$

יחידה 2:

1. $\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{2}\right)^{2}=\frac{49}{4}=12\frac{1}{4}$

2. $\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{6}\right)^{3}=\frac{125}{216}$

3. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}=\left(\frac{4}{3}\right)^{4}=\frac{256}{81}=3\frac{13}{81}$

4. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}=\left(\frac{3}{2}\right)^{5}=\frac{243}{32}=7\frac{19}{32}$

5. $\left(\frac{8}{9}\right)^{-2}=\left(\frac{9}{8}\right)^{2}=\frac{81}{64}=1\frac{17}{64}$

6. $4^{-3}=\left(\frac{1}{4}\right)^{3}=\frac{1}{64}$

7. $12^{-2}=\left(\frac{1}{12}\right)^{2}=\frac{1}{144}$

8. $2^{-5}=\left(\frac{1}{2}\right)^{5}=\frac{1}{32}$

9. $3^{-5}=\left(\frac{1}{3}\right)^{5}=\frac{1}{243}$

10. $2^{-4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=\frac{1}{16}$

11. $4^{-4} = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$

12. $(-8)^{-2} = \left(-\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$

13. $\left(\frac{1}{6}\right)^4 = 6^{?} \Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^4 = 6^{-4}$

14. $(-3)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{-1}{27}$

15. $\left(\frac{1}{2}\right)^8 = 2^{?} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^8 = 2^{-8}$

16. $10^{x} = \frac{1}{10}^{?} \Rightarrow 10^{x} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-x}$

17. $\frac{1}{3^{-5}} = \frac{\frac{1}{1}}{\left(\frac{1}{3}\right)^5} = \frac{1 \cdot 3^5}{1 \cdot 1} = 243$

18. $\frac{1}{9^{-2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\left(\frac{1}{9}\right)^2} = \frac{1 \cdot 9^2}{1 \cdot 1} = 81$

19. $\frac{5^{-3}}{3^{-2}} = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^3}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{1}{125}}{\frac{1}{9}} = \frac{9 \cdot 1}{125 \cdot 1} = \frac{9}{125}$

20. $\frac{4^{-2}}{2^{-7}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^7} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{128}} = \frac{1 \cdot 128}{16 \cdot 1} = 8$

2. בסיסים זהים (כפל):

בתרגיל כפל שבו הבסיסים זהים, נחבר בין המעריכים.

דוגמאות:

$3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

$2^5 \cdot 2^6 = 2^{(5+6)} = 2^{11}$

$14^x \cdot 14^3 = 14^{(x+3)}$

$a^3 \cdot a^6 = a^{(3+6)} = a^9$

$x \cdot x^6 = x^1 \cdot x^6 = x^{(1+6)} = x^7$

$7^{x+3} = 7^x \cdot 7^3$

יחידה 1:

1. $2^4 \cdot 2^5 =$
2. $7^6 \cdot 7^3 =$
3. $5^3 \cdot 5^9 =$
4. $3 \cdot 3^x =$
5. $4^{x+2} =$

יחידה 2:

1. $4^3 \cdot 4^{10} =$
2. $6^3 \cdot 6^2 =$
3. $5 \cdot 5^6 \cdot 5^2 =$
4. $a^3 \cdot a^6 \cdot a^2 =$
5. $b^m \cdot b^n =$
6. $3^x \cdot 3^y \cdot 3^{-1} =$
7. $7 \cdot 7^2 \cdot 7^{-3} =$
8. $5^7 \cdot 5^{11} \cdot 5^{-2} =$

תשובות בסיסים זהים - כפל:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	2^9
.2	7^9
.3	5^{12}
.4	3^{x+1}
.5	$4^x \cdot 16$

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	4^{13}	.5	b^{M+n}
.2	6^5	.6	3^{x+y-1}
.3	5^9	.7	1
.4	a^{11}	.8	5^{16}

יחידה 1:

1. $2^4 \cdot 2^5 = 2^{(4+5)} = 2^9$
2. $7^6 \cdot 7^3 = 7^{(6+3)} = 7^9$
3. $5^3 \cdot 5^9 = 5^{(3+9)} = 5^{12}$
4. $3 \cdot 3^x = 3^{(1+x)}$
5. $4^{x+2} = 4^x \cdot 4^2$

יחידה 2:

1. $4^3 \cdot 4^{10} = 4^{(3+10)} = 4^{13}$
2. $6^3 \cdot 6^2 = 6^{(3+2)} = 6^5$
3. $5 \cdot 5^6 \cdot 5^2 = 5^{(1+6+2)} = 5^9$
4. $a^3 \cdot a^6 \cdot a^2 = a^{(3+6+2)} = a^{11}$
5. $b^m \cdot b^n = b^{(m+n)}$
6. $3^x \cdot 3^y \cdot 3^{-1} = 3^{(x+y-1)}$
7. $7 \cdot 7^2 \cdot 7^{-3} = 7^{(1+2-3)} = 7^0 = 1$
8. $5^7 \cdot 5^{11} \cdot 5^{-2} = 5^{(7+11-2)} = 5^{16}$

3. **<u>בסיסים זהים (חילוק):</u>**

בתרגיל חילוק שבו הבסיסים זהים, נחסר בין המעריכים.

דוגמאות:

$$\frac{2^4}{2^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2}} = 2^2$$

$$\frac{6^8}{6^6} = 6^{(8-6)} = 6^2$$

$$\frac{a^6}{a^x} = a^{(6-x)}$$

$$\frac{3^x}{3} = \frac{3^x}{3^1} = 3^{(x-1)}$$

יחידה 1:

1. $\frac{2^7}{2^3} =$

2. $\frac{10^{10}}{10^6} =$

3. $\frac{7^{12}}{7^9} =$

4. $\frac{4^{10}}{4^8} =$

5. $\frac{8^{30} \cdot 3^5}{8^{25} \cdot 3^2} =$

6. $\frac{3^6 \cdot 3^2}{3^4} =$

7. $\frac{5^8 \cdot 5^7}{5^{13}} =$

8. $\frac{7^3 \cdot 2^4 \cdot 7^4 \cdot 2^8}{2^{11} \cdot 7^6} =$

יחידה 2:

1. $\frac{3^5}{3^2} =$

2. $\frac{12^{17}}{12^{15}} =$

3. $\frac{a^{14}}{a^8} =$

4. $\frac{3^{2x}}{3^x} =$

5. $\frac{a^{2y}}{a^x} =$

6. $\frac{y^a}{y^2} =$

7. $\frac{3^{10}}{3^{29}} =$

8. $\frac{7^6}{7^8} =$

9. $\frac{6^2}{6^{-3}} =$

10. $\frac{a^{-1}}{a^{-10}} =$

11. $\frac{2^2}{2^{-3}} =$

12. $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2} =$

13. $\frac{4^3 \cdot 4^7}{4^{-5} \cdot 4^2} =$

14. $\frac{3^{12} \cdot 3^7}{3^{-7} \cdot 3^{-12}} =$

15. $\frac{x^{-9}}{x^{-10}} =$

16. $\frac{x^y}{x^3} =$

17. $\frac{a^x}{a^y} =$

18. $\frac{3^6 \cdot b^{10}}{3^5 \cdot b^a} =$

19. $\frac{5^x \cdot a^3}{a^x \cdot 5^3} =$

20. $\frac{5^{10} \cdot 4^3 \cdot 5^7 \cdot 4^{12}}{5^{17} \cdot 4^{12}} =$

תשובות בסיסים זהים - חילוק:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	2^4
.2	10^4
.3	7^3
.4	4^2
.5	$8^5 \cdot 3^3$
.6	3^4
.7	5^2
.8	14

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	3^3	.11	2^5
.2	12^2	.12	2^6
.3	a^6	.13	4^{13}
.4	3^x	.14	3^{38}
.5	a^{2y-x}	.15	x
.6	y^{a-2}	.16	x^{y-3}
.7	3^{-19}	.17	a^{x-y}
.8	7^{-2}	.18	$3 \cdot b^{10-a}$
.9	6^5	.19	$5^{x-3} \cdot a^{3-x}$
.10	a^9	.20	4^3

יחידה 1:

1. $\frac{2^7}{2^3} = 2^{(7-3)} = 2^4$

2. $\frac{10^{10}}{10^6} = 10^{(10-6)} = 10^4$

3. $\frac{7^{12}}{7^9} = 7^{(12-9)} = 7^3$

4. $\frac{4^{10}}{4^8} = 4^{(10-8)} = 4^2$

5. $\frac{8^{30} \cdot 3^5}{8^{25} \cdot 3^2} = 8^{(30-25)} \cdot 3^{(5-2)} = 8^5 \cdot 3^3$

6. $\frac{3^6 \cdot 3^2}{3^4} = \frac{3^{(6+2)}}{3^4} = \frac{3^8}{3^4} = 3^{(8-4)} = 3^4$

7. $\frac{5^8 \cdot 5^7}{5^{13}} = \frac{5^{(8+7)}}{5^{13}} = \frac{5^{15}}{5^{13}} = 5^{(15-13)} = 5^2$

8. $\frac{7^3 \cdot 2^4 \cdot 7^4 \cdot 2^8}{2^{11} \cdot 7^6} = \frac{7^{(3+4)} \cdot 2^{(4+8)}}{2^{11} \cdot 7^6} = \frac{7^7 \cdot 2^{12}}{2^{11} \cdot 7^6} = 7^{(7-6)} \cdot 2^{(12-11)} = 7^1 \cdot 2^1 = 14$

1. $\frac{3^5}{3^2} = 3^{(5-2)} = 3^3$

2. $\frac{12^{17}}{12^{15}} = 12^{(17-15)} = 12^2$

3. $\frac{a^{14}}{a^8} = a^{(14-8)} = a^6$

4. $\frac{3^{2x}}{3^x} = 3^{(2x-x)} = 3^x$

5. $\frac{a^{2y}}{a^x} = a^{(2y-x)}$

6. $\frac{y^a}{y^2} = y^{(a-2)}$

7. $\frac{3^{10}}{3^{29}} = 3^{(10-29)} = 3^{(-19)}$

8. $\frac{7^6}{7^8} = 7^{(6-8)} = 7^{(-2)}$

9. $\frac{6^2}{6^{-3}} = 6^{(2-(-3))} = 6^5$

10. $\frac{a^{-1}}{a^{-10}} = a^{(-1-(-10))} = a^9$

11. $\frac{2^2}{2^{-3}} = 2^{(2-(-3)} = 2^5$

12. $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2} = \frac{2^{(3+5)}}{2^2} = \frac{2^8}{2^2} = 2^{(8-2)} = 2^6$

13. $\frac{4^3 \cdot 4^7}{4^{-5} \cdot 4^2} = \frac{4^{10}}{4^{-3}} = 4^{10-(-3)} = 4^{13}$

14. $\frac{3^{12} \cdot 3^7}{3^{-7} \cdot 3^{-12}} = \frac{3^{19}}{3^{-19}} = 3^{19-(-19)} = 3^{38}$

15. $\frac{x^{-9}}{x^{-10}} = x^{(-9-(-10))} = x^1 = x$

16. $\frac{x^y}{x^3} = x^{(y-3)}$

17. $\frac{a^x}{a^y} = a^{(x-y)}$

18. $\frac{3^6 \cdot b^{10}}{3^5 \cdot b^a} = 3^{6-5} \cdot b^{10-a} = 3 \cdot b^{10-a}$

19. $\frac{5^x \cdot a^3}{a^x \cdot 5^3} = 5^{(x-3)} \cdot a^{(3-x)}$

20. $\frac{5^{10} \cdot 4^3 \cdot 5^7 \cdot 4^{12}}{5^{17} \cdot 4^{12}} = \frac{5^{17} \cdot 4^3 \cdot 1}{5^{17} \cdot 1} = 4^3$

4. **חזקה של חזקה:**

בתרגיל חזקה של חזקה, נכפיל את המעריכים.

דוגמאות:

$$(5^3)^2 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^{(3+3)} = 5^6$$

$$(8^4)^2 = 8^{4\cdot 2} = 8^8$$

$$(7^5)^{-1} = 7^{5\cdot(-1)} = 7^{-5} = \left(\frac{1}{7}\right)^5 = \frac{1}{7^5}$$

$$(3^x)^3 = 3^{3x}$$

$$(x^a)^b = x^{a\cdot b} = x^{ab}$$

יחידה 1:

1. $(4^5)^6 =$

2. $(6^2)^3 =$

3. $(2^{-4})^y =$

4. $\dfrac{(3^2)^4}{(3^3)^2} =$

5. $\dfrac{(10^3)^6 \cdot (9^2)^4}{(9^3)^2 \cdot (10^5)^3} =$

6. $9^3 = \quad 3^{(\ )(\ )} = 3^?$

7. $16^4 = \quad 2^{(\ )(\ )} = 2^?$

8. $\dfrac{9^2}{3^3} =$

9. $\dfrac{16^3}{4^5} =$

10. $\dfrac{8^3}{2^6} =$

יחידה 2:

1. $(3^3)^2 =$
2. $(8^9)^3 =$
3. $(9^2)^2 =$
4. $\frac{(2^2)^5}{(2^3)^3} =$
5. $\frac{(7^4)^4}{(7^2)^3} =$
6. $\frac{(5^{10})^4}{(5^7)^3} =$
7. $\frac{(4^3)^2 \cdot (6^3)^4}{(6^2)^5 \cdot (4^2)^1} =$
8. $\frac{(10^5)^3 \cdot (3^{12})^2}{(3^5)^4 \cdot (10^4)^2} =$
9. $\frac{(7^7)^2 \cdot (2^{20})^3}{(7^6) \cdot (2^{10})^5} =$
10. $\frac{(2^7)^2 \cdot (3^6)^4}{(3^5)^3 \cdot (2^3)^4} =$
11. $\frac{(a^2)^5 \cdot (a^{-3})^3}{a^{-4}} =$
12. $\frac{(x^4)^2 \cdot (x^3)^2}{(x^2)^6 \cdot x} =$
13. $\frac{(a^{-5})^{-2} \cdot (b^3)^2}{(b^{-2})^6 \cdot (a^3)^3} =$
14. $\frac{(x^6)^2 \cdot (y^3)^4}{(y^2)^2 \cdot (x^3)^3} =$
15. $\frac{(7^{12})^4 \cdot (x^6)^5}{(x^4)^7 \cdot (7^5)^7} =$
16. $4^7 = 2^?$
17. $25^3 = 5^?$
18. $64^2 = 4^?$
19. $2^6 = 8^?$
20. $3^{28} = 9^?$
21. $\frac{4^{12}}{2^8} =$
22. $\frac{25^3}{5^5} =$
23. $\frac{3^7}{9^2} =$
24. $\frac{64^2}{8^3} =$
25. $\frac{81^7}{3^6} =$
26. $\frac{49^3}{7^2} =$
27. $\frac{216^3}{6^5} =$
28. $\frac{169^4}{13^5} =$
29. $\frac{125^2}{5^4} =$
30. $\frac{32^6}{2^{20}} =$

תשובות חזקה של חזקה:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	4^{30}
.2	6^6
.3	2^{-4y}
.4	3^2
.5	$10^3 \cdot 9^2$
.6	6
.7	16
.8	3
.9	4
.10	2^3

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	3^6	.11	a^5	.21	2^{16}
.2	8^{27}	.12	x	.22	5
.3	9^4	.13	$a \cdot b^{18}$	.23	3^3
.4	2	.14	$x^3 \cdot y^8$	.24	8
.5	7^{10}	.15	$7^{13} \cdot x^2$	.25	3^{22}
.6	5^{19}	.16	14	.26	7^4
.7	$4^4 \cdot 6^2$	.17	6	.27	6^4
.8	$10^7 \cdot 3^4$	.18	6	.28	13^3
.9	$7^8 \cdot 2^{10}$	.19	2	.29	5^2
.10	$2^2 \cdot 3^9$	.20	14	.30	2^{10}

יחידה 1:

1. $(4^5)^6 = 4^{5 \cdot 6} = 4^{30}$

2. $(6^2)^3 = 6^{2 \cdot 3} = 6^6$

3. $(2^{-4})^y = 2^{-4y}$

4. $\frac{(3^2)^4}{(3^3)^2} = \frac{3^{2 \cdot 4}}{3^{3 \cdot 2}} = \frac{3^8}{3^6} = 3^{(8-6)} = 3^2$

5. $\frac{(10^3)^6 \cdot (9^2)^4}{(9^3)^2 \cdot (10^5)^3} = \frac{10^{3 \cdot 6} \cdot 9^{2 \cdot 4}}{9^{3 \cdot 2} \cdot 10^{5 \cdot 3}} = \frac{10^{18} \cdot 9^8}{9^6 \cdot 10^{15}} = 10^{(18-15)} \cdot 9^{(8-6)} = 10^3 \cdot 9^2$

6. $9^3 = 3^? \Rightarrow (3 \cdot 3)^3 = (3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6$

7. $16^4 = 2^? \Rightarrow (4 \cdot 4)^4 = (2^2 \cdot 2^2)^4 = (2^{(2+2)})^4 = (2^4)^4 = 2^{16}$

8. $\frac{9^2}{3^3} = \frac{(3 \cdot 3)^2}{3^3} = \frac{(3^2)^2}{3^3} = \frac{3^{2 \cdot 2}}{3^3} = \frac{3^4}{3^3} = 3^{(4-3)} = 3$

9. $\frac{16^3}{4^5} = \frac{(4 \cdot 4)^3}{4^5} = \frac{(4^2)^3}{4^5} = \frac{4^{2 \cdot 3}}{4^5} = \frac{4^6}{4^5} = 4^{(6-5)} = 4$

10. $\frac{8^3}{2^6} = \frac{(2 \cdot 4)^3}{2^6} = \frac{(2 \cdot 2^2)^3}{2^6} = \frac{(2^{(1+2)})^3}{2^6} = \frac{(2^3)^3}{2^6} = \frac{2^{3 \cdot 3}}{2^6} = \frac{2^9}{2^6} = 2^{(9-6)} = 2^3$

1. $(3^3)^2 = 3^{3\cdot2} = 3^6$

2. $(8^9)^3 = 8^{9\cdot3} = 8^{27}$

3. $(9^2)^2 = 9^{2\cdot2} = 9^4$

4. $\frac{(2^2)^5}{(2^3)^3} = \frac{2^{2\cdot5}}{2^{3\cdot3}} = \frac{2^{10}}{2^9} = 2^{(10-9)} = 2$

5. $\frac{(7^4)^4}{(7^2)^3} = \frac{7^{4\cdot4}}{7^{2\cdot3}} = \frac{7^{16}}{7^6} = 7^{(16-6)} = 7^{10}$

6. $\frac{(5^{10})^4}{(5^7)^3} = \frac{5^{10\cdot4}}{5^{7\cdot3}} = \frac{5^{40}}{5^{21}} = 5^{(40-21)} = 5^{19}$

7. $\frac{(4^3)^2\cdot(6^3)^4}{(6^2)^5\cdot(4^2)^1} = \frac{4^{3\cdot2}\cdot6^{3\cdot4}}{6^{2\cdot5}\cdot4^{2\cdot1}} = \frac{4^6\cdot6^{12}}{6^{10}\cdot4^2} = 4^{(6-2)}\cdot6^{(12-10)} = 4^4\cdot6^2$

8. $\frac{(10^5)^3\cdot(3^{12})^2}{(3^5)^4\cdot(10^4)^2} = \frac{10^{5\cdot3}\cdot3^{12\cdot2}}{3^{5\cdot4}\cdot10^{4\cdot2}} = \frac{10^{15}\cdot3^{24}}{3^{20}\cdot10^8} = 10^{(15-8)}\cdot3^{(24-20)} = 10^7\cdot3^4$

9. $\frac{(7^7)^2\cdot(2^{20})^3}{(7^6)\cdot(2^{10})^5} = \frac{7^{7\cdot2}\cdot2^{20\cdot3}}{7^6\cdot2^{10\cdot5}} = \frac{7^{14}\cdot2^{60}}{7^6\cdot2^{50}} = 7^{(14-6)}\cdot2^{(60-50)} = 7^8\cdot2^{10}$

10. $\frac{(2^7)^2\cdot(3^6)^4}{(3^5)^3\cdot(2^3)^4} = \frac{2^{7\cdot2}\cdot3^{6\cdot4}}{3^{5\cdot3}\cdot2^{3\cdot4}} = \frac{2^{14}\cdot3^{24}}{3^{15}\cdot2^{12}} = 2^{(14-12)}\cdot3^{(24-15)} = 2^2\cdot3^9$

11. $\frac{(a^2)^5\cdot(a^{-3})^3}{a^{-4}} = \frac{a^{2\cdot5}\cdot a^{-3\cdot3}}{a^{-4}} = \frac{a^{10}\cdot a^{-9}}{a^{-4}} = \frac{a^{(10-9)}}{a^{-4}} = \frac{a^1}{a^{-4}} = a^{(1-(-4))} = a^5$

12. $\frac{(x^4)^2\cdot(x^3)^2}{(x^2)^6\cdot x} = \frac{x^{4\cdot2}\cdot x^{3\cdot2}}{x^{2\cdot6}\cdot x^1} = \frac{x^8\cdot x^6}{x^{12}\cdot x^1} = \frac{x^{(8+6)}}{x^{(12+1)}} = \frac{x^{14}}{x^{13}} = x^{(14-13)} = x^1 = x$

13. $\frac{(a^{-5})^{-2}\cdot(b^3)^2}{(b^{-2})^6\cdot(a^3)^3} = \frac{a^{(-5\cdot-2)}\cdot b^{3\cdot2}}{b^{(-2\cdot6)}\cdot a^{3\cdot3}} = \frac{a^{10}\cdot b^6}{b^{-12}\cdot a^9} = a^{(10-9)}\cdot b^{(6-(-12))} = a^1\cdot b^{18} = a\cdot b^{18}$

14. $\frac{(x^6)^2\cdot(y^3)^4}{(y^2)^2\cdot(x^3)^3} = \frac{x^{6\cdot2}\cdot y^{3\cdot4}}{y^{2\cdot2}\cdot x^{3\cdot3}} = \frac{x^{12}\cdot y^{12}}{y^4\cdot x^9} = x^{(12-9)}\cdot y^{(12-4)} = x^3\cdot y^8$

15. $\frac{(7^{12})^4\cdot(x^6)^5}{(x^4)^7\cdot(7^5)^7} = \frac{7^{12\cdot4}\cdot x^{6\cdot5}}{x^{4\cdot7}\cdot7^{5\cdot7}} = \frac{7^{48}\cdot x^{30}}{x^{28}\cdot7^{35}} = 7^{(48-35)}\cdot x^{(30-28)} = 7^{13}\cdot x^2$

16. $4^7 = 2^? \Rightarrow (2\cdot 2)^7 = (2^2)^7 = 2^{2\cdot 7} = 2^{14}$

17. $25^3 = 5^? \Rightarrow (5\cdot 5)^3 = (5^2)^3 = 5^{2\cdot 3} = 5^6$

18. $64^2 = 4^? \Rightarrow (4\cdot 4\cdot 4)^2 = (4^3)^2 = 4^{3\cdot 2} = 4^6$

19. $2^6 = 8^? \Rightarrow (2^3)^2 = 8^2$

20. $3^{28} = 9^? \Rightarrow (3^2)^{14} = 9^{14}$

21. $\dfrac{4^{12}}{2^8} = \dfrac{(2^2)^{12}}{2^8} = \dfrac{2^{2\cdot 12}}{2^8} = \dfrac{2^{24}}{2^8} = 2^{(24-8)} = 2^{16}$

22. $\dfrac{25^3}{5^5} = \dfrac{(5^2)^3}{5^5} = \dfrac{5^{2\cdot 3}}{5^5} = \dfrac{5^6}{5^5} = 3^{(6-5)} = 5$

23. $\dfrac{3^7}{9^2} = \dfrac{3^7}{(3^2)^2} = \dfrac{3^7}{3^{2\cdot 2}} = \dfrac{3^7}{3^4} = 3^{(7-4)} = 3^3$

24. $\dfrac{64^2}{8^3} = \dfrac{(8^2)^2}{8^3} = \dfrac{8^{2\cdot 2}}{8^3} = \dfrac{8^4}{8^3} = 8^{(4-3)} = 8$

25. $\dfrac{81^7}{3^6} = \dfrac{(3^4)^7}{3^6} = \dfrac{3^{4\cdot 7}}{3^6} = \dfrac{3^{28}}{3^6} = 3^{(28-6)} = 3^{22}$

26. $\dfrac{49^3}{7^2} = \dfrac{(7^2)^3}{7^2} = \dfrac{7^{2\cdot 3}}{7^2} = \dfrac{7^6}{7^2} = 7^{(6-2)} = 7^4$

27. $\dfrac{216^3}{6^5} = \dfrac{(6^3)^3}{6^5} = \dfrac{6^{3\cdot 3}}{6^5} = \dfrac{6^9}{6^5} = 6^{(9-5)} = 6^4$

28. $\dfrac{169^4}{13^5} = \dfrac{(13^2)^2}{13^5} = \dfrac{(13^2)^4}{13^5} = \dfrac{13^8}{13^5} = 13^{(8-5)} = 13^3$

29. $\dfrac{125^2}{5^4} = \dfrac{(5^3)^2}{5^4} = \dfrac{5^{3\cdot 2}}{5^4} = \dfrac{5^6}{5^4} = 5^{(6-4)} = 5^2$

30. $\dfrac{32^6}{2^{20}} = \dfrac{(2^5)^6}{2^{20}} = \dfrac{2^{5\cdot 6}}{2^{20}} = \dfrac{2^{30}}{2^{20}} = 2^{(30-20)} = 2^{10}$

5. מעריכים זהים - כפל:

בתרגיל כפל בו שני הבסיסים שונים והמעריכים זהים, ניתן לכפול את הבסיס ולהשאיר את המעריך ולהיפך.
דוגמאות:

$4^3 \cdot 5^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) = (4 \cdot 5)^3 = 20^3$

$4^{20} \cdot x^{20} = (4x)^{20}$

$3^x \cdot 6^x = (3 \cdot 6)^x = 18^x$

$35^3 = (5 \cdot 7)^3 = 5^3 \cdot 7^3$

$(7x)^5 = 7^5 \cdot x^5$

יחידה 1:

1. $5^3 \cdot 2^3 =$

2. $7^6 \cdot 6^6 =$

3. $\frac{28^4}{7^3} =$

4. $\frac{6^4}{2^3} =$

5. $\frac{30^6}{5^5} =$

6. $\frac{20^x}{5^x} =$

יחידה 2:

1. $3^2 \cdot 9^2 =$

2. $2^7 \cdot 4^7 =$

3. $3^4 \cdot 2^4 \cdot 10^4 =$

4. $a^{10} \cdot c^{10} \cdot 4^{10} =$

5. $3^x \cdot 4^x \cdot 5^x =$

6. $\frac{32^6}{4^4} =$

7. $\frac{45^7}{9^7} =$

8. $\frac{(3x)^2}{x} =$

9. $\frac{(5a)^{2x}}{5^x} =$

10. $\frac{(ab)^{3c}}{a^c} =$

תשובות מעריכים זהים - כפל:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	10^3
.2	42^6
.3	$7\cdot 4^4$
.4	$2\cdot 3^4$
.5	$5\cdot 6^6$
.6	4^x

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	27^2	.6	$4^2\cdot 8^6$
.2	8^7	.7	5^7
.3	60^4	.8	$9x$
.4	$(4ac)^{10}$	.9	$5^x\cdot a^{2x}$
.5	60^x	.10	$a^{2c}\cdot b^{3c}$

יחידה 1:

1. $5^3\cdot 2^3=(5\cdot 2)^3=10^3$
2. $7^6\cdot 6^6=(7\cdot 6)^6=42^6$
3. $\frac{28^4}{7^3}=\frac{7^4\cdot 4^4}{7^3}=7^{(4-3)}\cdot 4^4=7\cdot 4^4$
4. $\frac{6^4}{2^3}=\frac{2^4\cdot 3^4}{2^3}=2^{(4-3)}\cdot 3^4=2\cdot 3^4$
5. $\frac{30^6}{5^5}=\frac{5^6\cdot 6^6}{5^5}=5^{(6-5)}\cdot 6^6=5\cdot 6^6$
6. $\frac{20^x}{5^x}=\frac{5^x\cdot 4^x}{5^x}=4^x$

יחידה 2:

1. $3^2\cdot 9^2=(3\cdot 9)^2=27^2$
2. $2^7\cdot 4^7=(2\cdot 4)^7=8^7$
3. $3^4\cdot 2^4\cdot 10^4=(3\cdot 2\cdot 10)^4=60^4$
4. $a^{10}\cdot c^{10}\cdot 4^{10}=(a\cdot c\cdot 4)^{10}=(4ac)^{10}$
5. $3^x\cdot 4^x\cdot 5^x=(3\cdot 4\cdot 5)^x=60^x$
6. $\frac{32^6}{4^4}=\frac{4^6\cdot 8^6}{4^4}=4^{(6-4)}\cdot 8^6=4^2\cdot 8^6$
7. $\frac{45^7}{9^7}=\frac{9^7\cdot 5^7}{9^7}=5^7$

8. $\dfrac{(3x)^2}{x} = \dfrac{3^2 \cdot x^2}{x} = 3^2 \cdot x^{(2-1)} = 3^2 \cdot x = 9x$

9. $\dfrac{(5a)^{2x}}{5^x} = \dfrac{5^{2x} \cdot a^{2x}}{5^x} = 5^{(2x-x)} \cdot a^{2x} = 5^x \cdot a^{2x}$

10. $\dfrac{(ab)^{3c}}{a^c} = \dfrac{a^{3c} \cdot b^{3c}}{a^c} = a^{(3c-c)} \cdot b^{3c} = a^{2c} \cdot b^{3c}$

6. מעריכים זהים - חילוק:

בתרגיל חילוק בו שני הבסיסים שונים והמעריכים זהים, ניתן לחלק את הבסיסים ולהשאיר את המעריך.

דוגמאות:

$$\frac{8^3}{2^3}=\left(\frac{8}{2}\right)^3=4^3$$

$$\frac{(3x)^4}{3^4}=\left(\frac{3x}{3}\right)^4=x^4$$

$$\frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x$$

ניתן גם לעשות את הפעולה ההפוכה.

דוגמאות:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1^3}{2^3}=\frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2=\frac{x^2}{3^2}=\frac{x^2}{9}$$

יחידה 1:

1. $\frac{6^4}{3^4}=$

2. $\frac{10^7}{5^7}=$

3. $\frac{32^6}{8^6}=$

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^3=$

יחידה 2:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^4=$

2. $\left(\frac{1}{4}\right)^3=$

3. $\frac{56^6}{7^6}=$

4. $\frac{3^7\cdot 4^7}{12^7}=$

5. $\left(\frac{1}{2}\right)^8=$

6. $\left(\frac{3}{5}\right)^x=$

7. $\left(\frac{a}{b}\right)^3=$

8. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}=$

9. $\frac{39^4}{13^4}=$

10. $\frac{72^x}{8^x}=$

תשובות מעריכים זהים - חילוק:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	2^4
.2	2^7
.3	4^6
.4	$\frac{1}{27}$

יחידה 2:

שאלה	תשובה
.1	$\frac{16}{81}$
.2	$\frac{1}{64}$
.3	8^6
.4	1
.5	$\frac{1}{256}$

שאלה	תשובה
.6	$\frac{3^x}{5^x}$
.7	$\frac{a^3}{b^3}$
.8	$\frac{16}{9}$
.9	3^4
.10	9^x

יחידה 1:

1. $\frac{6^4}{3^4}=\left(\frac{6}{3}\right)^4=2^4$
2. $\frac{10^7}{5^7}=\left(\frac{10}{5}\right)^7=2^7$
3. $\frac{32^6}{8^6}=\left(\frac{32}{8}\right)^6=4^6$
4. $\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1^3}{3^3}=\frac{1}{27}$

יחידה 2:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}=\frac{16}{81}$
2. $\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1^3}{4^3}=\frac{1}{64}$
3. $\frac{56^6}{7^6}=\left(\frac{56}{7}\right)^6=8^6$
4. $\frac{3^7\cdot 4^7}{12^7}=\frac{(3\cdot 4)^7}{12^7}=\frac{12^7}{12^7}=1$
5. $\left(\frac{1}{2}\right)^8=\frac{1^8}{2^8}=\frac{1}{256}$
6. $\left(\frac{3}{5}\right)^x=\frac{3^x}{5^x}$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^3=\frac{a^3}{b^3}$
8. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{4^2}{3^2}=\frac{16}{9}=1\frac{7}{9}$
9. $\frac{39^4}{13^4}=\left(\frac{39}{13}\right)^4=3^4$
10. $\frac{72^x}{8^x}=\left(\frac{72}{8}\right)^x=9^x$

חיבור וחיסור חזקות:

חוקי החזקות <u>אינם</u> חלים על תרגילי חיבור וחיסור.

לדוגמה:

$$4^2+4^3=16+64=80$$

שימו ♥!

80 הוא לא חזקה של 4, ולכן, במקרה כזה עלינו לפשט את הביטוי ולהוציא גורם משותף. לדוגמה:

$$x^3+x^4=x^3+x\cdot x^3=x^3(1+x)$$

יחידה 1:

1. $6^3+6^5=$
2. $4^5-4^2=$
3. $x^5+x^7=$

יחידה 2:

1. $7^3+7^2=$
2. $3^2+3^7=$
3. $a^4-a^3=$
4. $(3b)^7-(3b)^3=$
5. $4^6-4^4=$
6. $x^3+x^{10}=$
7. $6^x+6^{x+1}=$

תשובות חיבור וחיסור חזקות:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	$37\cdot 6^3$
.2	$63\cdot 4^2$
.3	$x^5(1+x^2)$

יחידה 2:

שאלה	תשובה
.1	$7^2\cdot 8$
.2	$3^2\cdot 244$
.3	$a^3(a-1)$
.4	$(3b)^3((3b)^4-1)$
.5	$4^4\cdot 15$
.6	$x^3(1+x^7)$
.7	$6^x\cdot 7$

יחידה 1:

1. $6^3+6^5=6^3+6^3\cdot 6^2=6^3(1+6^2)=37\cdot 6^3$
2. $4^5-4^2=4^3\cdot 4^2-4^2=4^2(4^3-1)=4^2(64-1)=63\cdot 4^2$
3. $x^5+x^7=x^5+x^5\cdot x^2=x^5(1+x^2)$

יחידה 2:

1. $7^3+7^2=7\cdot 7^2+7^2=7^2(7+1)=8\cdot 7^2$
2. $3^2+3^7=3^2+3^2\cdot 3^5=3^2(1+3^5)=3^2(1+243)=244\cdot 3^2$
3. $a^4-a^3=a^3\cdot a-a^3=a^3(a-1)$
4. $(3b)^7-(3b)^3=(3b)^3\cdot(3b)^4-(3b)^3=(3b)^3\cdot((3b)^4-1)$
5. $4^6-4^4=4^4\cdot 4^2-4^4=4^4(4^2-1)=4^4\cdot 15$
6. $x^3+x^{10}=x^3+x^3\cdot x^7=x^3(1+x^7)$
7. $6^x+6^{x+1}=6^x+6^x\cdot 6=6^x(1+6)=6^x\cdot 7$

משוואות מעריכיות:

כאשר יש לנו משוואה שיש בה נעלם במעריך והבסיסים זהים, ניתן להשוות בין המעריכים.

לדוגמה:
למה שווה x?

$2^3 = 2^x \rightarrow x = 3$

$x^{4+a} = x^{3a} \rightarrow 4 + a = 3a \rightarrow 4 = 2a \rightarrow 2 = a$

$3^x = 9 \rightarrow 3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$

יחידה 1:

מצא את ערכו של x.

1. $4^2 = 4^x$

2. $7^5 = 7^{x-1}$

3. $3^{2x} = 81$

4. $(2^4)^x = 16$

5. $a^{5-x} = (a^2)^{x+1}$

יחידה 2:

מצא את ערכו של x.

1. $5^{x+1} = 5^3$

2. $16^{4x} = 16^{9+x}$

3. $b^{x+3} = b^{3x-5}$

4. $3^{2x-5} = 3$

5. $a^{4x+1} = a^9$

6. $5^x = 25$

7. $9^x = 81$

8. $3^{x+1} = 243$

9. $14^{x-3} = 196$

10. $6^{3x} = 216$

11. $6^{3x-4} = 6^{x+2}$

12. $4^{2x+5} = 4^{3x+1}$

13. $a^{2x+4} = a^{3x+2}$

14. $(b^2)^x = b^{10}$

15. $(a^3)^{x-3} = a^{x-1}$

16. $(a^4)^{x+2} = (a^3)^{x+4}$

17. $3^{4x+5} = 243^{x-2}$

18. $2^{2x+1} = 16^{x-1}$

19. $4^{4x} = 64^{x+2}$

20. $17^{3x-2} = 289^{x+3}$

תשובות משוואות מעריכיות:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	2
.2	6
.3	2
.4	1
.5	1

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	2	.11	3
.2	3	.12	4
.3	4	.13	2
.4	3	.14	5
.5	2	.15	4
.6	2	.16	4
.7	2	.17	15
.8	4	.18	2.5
.9	5	.19	6
.10	1	.20	8

יחידה 1:

מצא את ערכו של x.

1. $4^2 = 4^x \Rightarrow x = 2$

2. $7^5 = 7^{x-1} \Rightarrow 5 = x - 1/+1 \qquad x = 6$

3. $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \qquad /:2 \qquad x = 2$

4. $(2^4)^x = 16 \Rightarrow 2^{4x} = 2^4 \Rightarrow 4x = 4/:4 \qquad x = 1$

5. $a^{5-x} = (a^2)^{x+1} \Rightarrow a^{5-x} = a^{2x+2} \Rightarrow 5 - x = 2x + 2/+x \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x + 2 = 5/-2 \Rightarrow 3x = 3/:3 \quad x = 1$

יחידה 2:

מצא את ערכו של x.

1. $5^{x+1} = 5^3 \Rightarrow x + 1 = 3 \qquad x = 2$

2. $16^{4x} = 16^{9+x} \Rightarrow 4x = 9 + x \qquad x = 3$

3. $b^{x+3} = b^{3x-5} \Rightarrow x + 3 = 3x - 5 \qquad x = 4$

4. $3^{2x-5} = 3 \Rightarrow 2x - 5 = 1 \qquad x = 3$

5. $a^{4x+1} = a^9 \Rightarrow 4x + 1 = 9 \qquad x = 2$

6. $5^x = 25 \Rightarrow 5^x = 5^2 \qquad x = 2$

7. $9^x = 81 \Rightarrow 9^x = 9^2 \qquad x = 2$

8. $3^{x+1} = 243 \Rightarrow 3^{x+1} = 3^5 \Rightarrow x+1 = 5 \qquad x = 4$

9. $14^{x-3} = 196 \Rightarrow 14^{x-3} = 14^2 \Rightarrow x-3 = 2 \qquad x = 5$

10. $6^{3x} = 216 \Rightarrow 6^{3x} = 6^3 \Rightarrow 3x = 3 \qquad x = 1$

11. $6^{3x-4} = 6^{x+2} \Rightarrow 3x-4 = x+2 \qquad x = 3$

12. $4^{2x+5} = 4^{3x+1} \Rightarrow 2x+5 = 3x+1 \qquad x = 4$

13. $a^{2x+4} = a^{3x+2} \Rightarrow 2x+4 = 3x+2 \qquad x = 2$

14. $(b^2)^x = b^{10} \Rightarrow b^{2x} = b^{10} \Rightarrow 2x = 10 \qquad x = 5$

15. $(a^3)^{x-3} = a^{x-1} \Rightarrow a^{3x-9} = a^{x-1} \Rightarrow 3x-9 = x-1 \qquad x = 4$

16. $(a^4)^{x+2} = (a^3)^{x+4} \Rightarrow a^{4x+8} = a^{3x+12} \Rightarrow 4x+8 = 3x+12 \qquad x = 4$

17. $3^{4x+5} = 243^{x-2} \Rightarrow 3^{4x+5} = (3^5)^{x-2} \Rightarrow 3^{4x+5} = 3^{5x-10} \Rightarrow$
$\Rightarrow 4x+5 = 5x-10 \qquad x = 15$

18. $2^{2x+1} = 16^{x-1} \Rightarrow 2^{2x+1} = (2^4)^{x-1} \Rightarrow 2^{2x+1} = 2^{4x-4} \Rightarrow 2x+1 = 4x-4 \qquad x = 2.5$

19. $4^{4x} = 64^{x+2} \Rightarrow 4^{4x} = (4^3)^{x+2} \Rightarrow 4^{4x} = 4^{3x+6} \Rightarrow 4x = 3x+6 \qquad x = 6$

20. $17^{3x-2} = 289^{x+3} \Rightarrow 17^{3x-2} = (17^2)^{x+3} \Rightarrow 17^{3x-2} = 17^{2x+6} \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x-2 = 2x+6 \qquad x = 8$

משוואות עם חזקות:

יחידה 1:

מצא את ערכו של x.

1. $x^3 = 8$
2. $x^2 = 49$
3. $x^3 = 64$

יחידה 2:

מצא את ערכו של x.

1. $x^2 = 121$
2. $x^7 = 128$
3. $x^2 = 256$
4. $x^3 = 216$
5. $x^2 = 81$
6. $x^4 = 256$
7. $x^2 = 225$
8. $x^5 = 32$
9. $x^2 = 361$
10. $x^3 = 27$
11. $x^4 = 625$
12. $x^2 = 324$

תשובות משוואות עם חזקות:

יחידה 1:

שאלה	תשובה
.1	2
.2	(±7)
.3	4

יחידה 2:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	(±11)	.7	(±15)
.2	2	.8	2
.3	(±16)	.9	(±19)
.4	6	.10	3
.5	(±9)	.11	(±5)
.6	(±4)	.12	(±18)

יחידה 1:

1. $x^3 = 8 \Rightarrow x^3 = 2^3 \Rightarrow x = 2$
2. $x^2 = 49 \Rightarrow x^2 = 7^2 \Rightarrow x \pm 7$
3. $x^3 = 64 \Rightarrow x^3 = 4^3 \Rightarrow x = 4$

יחידה 2:

1. $x^2 = 121 \Rightarrow x^2 = 11^2 \Rightarrow x = \pm 11$
2. $x^7 = 128 \Rightarrow x^7 = 2^7 \Rightarrow x = 2$
3. $x^2 = 256 \Rightarrow x^2 = 16^2 \Rightarrow x = \pm 16$
4. $x^3 = 216 \Rightarrow x^3 = 6^3 \Rightarrow x = 6$
5. $x^2 = 81 \Rightarrow x^2 = 9^2 \Rightarrow x = \pm 9$
6. $x^4 = 256 \Rightarrow x^4 = 4^4 \Rightarrow x = \pm 4$
7. $x^2 = 225 \Rightarrow x^2 = 15^2 \Rightarrow x = \pm 15$
8. $x^5 = 32 \Rightarrow x^5 = 2^5 \Rightarrow x = 2$
9. $x^2 = 361 \Rightarrow x^2 = 19^2 \Rightarrow x = \pm 19$
10. $x^3 = 27 \Rightarrow x^3 = 3^3 \Rightarrow x = 3$
11. $x^4 = 625 \Rightarrow x^4 = 5^4 \Rightarrow x = \pm 5$
12. $x^2 = 324 \Rightarrow x^2 = 18^2 \Rightarrow x = \pm 18$

תרגול מסכם:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot (-6)^2 =$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^{0} \cdot 2^{-3} =$

3. $a^{3x+2} = a^{7-2x}$

4. $\frac{12^5}{3^4 \cdot 4^3} =$

5. $8^2 \cdot 2^8 =$

6. $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} =$

7. $\frac{5^{-3}}{2^{-5}} \cdot 0^{15} =$

8. $\frac{5^8 \cdot 4^3 \cdot 5^{-4} \cdot 4^7}{5^3 \cdot 4^{-7}} =$

9. $\frac{81^{10} \cdot 27^4}{9^7 \cdot 3^{16}} =$

10. $\frac{x^{2a+3}}{(x^2)^{a+1}} =$

11. $(3^?)^4 = 81$

12. $(x^2)^{-4} \cdot (x^3)^5 =$

13. $81^2 \cdot 27^6 =$

14. $\frac{3^{4a-1}}{3^{2a+1}} =$

15. $3^{x+2} = 81^{2x+4}$

16. $\left(\frac{x^3 \cdot y^2}{2^7}\right)^{-3} =$

17. $x^4 \cdot x^9 = (x^2)^{a+1}$

18. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot 1^{-81} =$

19. $\frac{1}{2}^{1} \cdot 2^{-2} =$

20. $(x^3)^{2a+3} \cdot (x^2)^{3a+5} =$

21. $\frac{1}{a^2} \cdot a^{2x} =$

22. $\left(\frac{1}{9}\right)^{3} \cdot 18^3 =$

23. $\frac{(a^2)^5 \cdot (a^{-2})^{-3}}{a^{-4}} =$

24. $\frac{6^2 \cdot a^y}{a^7 \cdot 6^x} =$

25. $\frac{4^{3x-1}}{4^{2x+5}} =$

26. $6^{x-5} = (6^2)^{x-3}$

27. $x^2 = 289$

28. $32^{4x+2} = 2^{4x-6}$

29. $(5^x)^2 \cdot 5^{-3} =$

30. $\frac{(a^4)^6 \cdot (b^2)^7}{(b^3)^4 \cdot (a^3)^5} =$

31. $8^{3x} = 32^{x-2}$

32. $8^{2x} \cdot 2^{x-2} = 32$

33. $\frac{24^6}{6^6 \cdot 4^5} =$

34. $\frac{128^4 \cdot 8^2}{64^3} =$

35. $(x^4)^{a+2} \cdot x^3 = x^{2a+15}$

תשובות תרגול מסכם:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	81	.11	1	.21	$a^{2(x-1)}$	.31	$-2\frac{1}{2}$
.2	$\frac{1}{8}$	.12	x^7	.22	8	.32	1
.3	1	.13	3^{26}	.23	a^{20}	.33	4
.4	48	.14	9^{a-1}	.24	$6^{2-x}\cdot a^{y-7}$	.34	2^{16}
.5	2^{14}	.15	-2	.25	4^{x-6}	.35	2
.6	3	.16	$\frac{2^{21}}{x^9\cdot y^6}$	.26	1		
.7	0	.17	a=5.5	.27	(± 17)		
.8	$5\cdot 4^{17}$	.18	64	.28	(-1)		
.9	3^{22}	.19	$\frac{1}{8}$	.29	5^{2x-3}		
.10	x	.20	x^{12a+19}	.30	$a^9\cdot b^2$		

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot(-6)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot 36=\frac{9}{4}\cdot\frac{36}{1}=81$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^0\cdot 2^{-3}=1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

3. $a^{3x+2}=a^{7-2x}\Rightarrow 3x+2=7-2x\Rightarrow x=1$

4. $\frac{12^5}{3^4\cdot 4^3}=\frac{3^5\cdot 4^5}{3^4\cdot 4^3}=3^{(5-4)}\cdot 4^{(5-3)}=3\cdot 4^2=48$

5. $8^2\cdot 2^8=(2^3)^2\cdot 2^8=2^6\cdot 2^8=2^{(6+8)}=2^{14}$

6. $3^x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}=3^x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x\cdot 3=\left(\frac{3}{1}\right)^{x+1}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^{x+1}\cdot 3^{-x}=3^{(x+1-x)}=3$

7. $\frac{5^{-3}}{2^{-5}}\cdot 0^{15}=0$

8. $\frac{5^8\cdot 4^3\cdot 5^{-4}\cdot 4^7}{5^3\cdot 4^{-7}}=\frac{5^{(8-4)}\cdot 4^{(3+7)}}{5^3\cdot 4^{-7}}=\frac{5^4\cdot 4^{10}}{5^3\cdot 4^{-7}}=5^{(4-3)}\cdot 4^{(10-(-7))}=5\cdot 4^{17}$

9. $\frac{81^{10}\cdot 27^4}{9^7\cdot 3^{16}}=\frac{(3^4)^{10}\cdot(3^3)^4}{(3^2)^7\cdot 3^{16}}=\frac{3^{40}\cdot 3^{12}}{3^{14}\cdot 3^{16}}=\frac{3^{(40+12)}}{3^{(14+16)}}=\frac{3^{52}}{3^{30}}=3^{(52-30)}=3^{22}$

10. $\frac{x^{2a+3}}{(x^2)^{a+1}}=\frac{x^{2a+3}}{x^{2a+2}}=x^{(2a+3-(2a+2))}=x$

11. $(3^{?})^4 = 81 \Rightarrow 3^{x\cdot 4} = 3^4 \Rightarrow x \cdot 4 = 4 \Rightarrow x = 1$

12. $(x^2)^{-4} \cdot (x^3)^5 = x^{-8} \cdot x^{15} = x^{(-8+15)} = x^7$

13. $81^2 \cdot 27^6 = (3^4)^2 \cdot (3^3)^6 = 3^8 \cdot 3^{18} = 3^{(8+18)} = 3^{26}$

14. $\frac{3^{4a-1}}{3^{2a+1}} = 3^{(4a-1-(2a+1))} = 3^{2a-2} = (3^2)^{a-1} = 9^{a-1}$

15. $3^{x+2} = 81^{2x+4} \Rightarrow 3^{x+2} = (3^4)^{2x+4} \Rightarrow 3^{x+2} = 3^{8x+16} \Rightarrow x + 2 = 8x + 16 \Rightarrow x = (-2)$

16. $\left(\frac{x^3 \cdot y^2}{2^7}\right)^{-3} = \left(\frac{2^7}{x^3 \cdot y^2}\right)^3 = \frac{2^{21}}{x^9 \cdot y^6}$

17. $x^4 \cdot x^9 = (x^2)^{a+1} \Rightarrow x^{(4+9)} = x^{2a+2} \Rightarrow x^{13} = x^{2a+2} \Rightarrow 13 = 2a + 2 \Rightarrow a = 5.5$

18. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot 1^{-81} = 4^3 \cdot 1 = 64$

19. $\frac{1^1}{2} \cdot 2^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

20. $(x^3)^{2a+3} \cdot (x^2)^{3a+5} = x^{6a+9} \cdot x^{6a+10} = x^{(6a+9+6a+10)} = x^{12a+19}$

21. $\frac{1}{a^2} \cdot a^{2x} = \frac{a^{2x}}{a^2} = a^{2x-2} = a^{2(x-1)}$

22. $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot 18^3 = \frac{1}{9^3} \cdot 2^3 \cdot 9^3 = \frac{2^3 \cdot 9^3}{9^3} = 2^3 = 8$

23. $\frac{(a^2)^5 \cdot (a^{-2})^{-3}}{a^{-4}} = \frac{a^{10} \cdot a^6}{a^{-4}} = \frac{a^{(10+6)}}{a^{-4}} = \frac{a^{16}}{a^{-4}} = a^{(16-(-4))} = a^{20}$

24. $\frac{6^2 \cdot a^y}{a^7 \cdot 6^x} = 6^{2-x} \cdot a^{y-7}$

25. $\frac{4^{3x-1}}{4^{2x+5}} = 4^{(3x-1)-(2x+5)} = 4^{3x-1-2x-5} = 4^{x-6}$

26. $6^{x-5} = (6^2)^{x-3} \Rightarrow 6^{x-5} = 6^{2x-6} \Rightarrow x - 5 = 2x - 6 \Rightarrow x = 1$

27. $x^2 = 289 \Rightarrow x^2 = 17^2 \Rightarrow x = \pm 17$

28. $32^{4x+2} = 2^{4x-6} \Rightarrow (2^5)^{4x+2} = 2^{4x-6} \Rightarrow 2^{20x+10} = 2^{4x-6} \Rightarrow 20x+10 = 4x-6 \Rightarrow x = -1$

29. $(5^x)^2 \cdot 5^{-3} = 5^{2x} \cdot 5^{-3} = 5^{2x-3}$

30. $\dfrac{(a^4)^6 \cdot (b^2)^7}{(b^3)^4 \cdot (a^3)^5} = \dfrac{a^{24} \cdot b^{14}}{b^{12} \cdot a^{15}} = a^{(24-15)} \cdot b^{(14-12)} = a^9 \cdot b^2$

31. $8^{3x} = 32^{x-2} \Rightarrow (2^3)^{3x} = (2^5)^{x-2} \Rightarrow 2^{9x} = 2^{5x-10} \Rightarrow 9x = 5x-10 \Rightarrow x = (-2\dfrac{1}{2})$

32. $8^{2x} \cdot 2^{x-2} = 32 \Rightarrow (2^3)^{2x} \cdot 2^{x-2} = 2^5 \Rightarrow 2^{6x} \cdot 2^{x-2} = 2^5 \Rightarrow 2^{(6x+x-2)} =$
$= 2^5 \Rightarrow 7x-2 = 5 \Rightarrow x = 1$

33. $\dfrac{24^6}{6^6 \cdot 4^5} = \dfrac{6^6 \cdot 4^6}{6^6 \cdot 4^5} = 4^{(6-5)} = 4$

34. $\dfrac{128^4 \cdot 8^2}{64^3} = \dfrac{(2^7)^4 \cdot (2^3)^2}{(2^6)^3} = \dfrac{2^{28} \cdot 2^6}{2^{18}} = \dfrac{2^{(28+6)}}{2^{18}} = \dfrac{2^{34}}{2^{18}} = 2^{(34-18)} = 2^{16}$

35. $(x^4)^{a+2} \cdot x^3 = x^{2a+15} \Rightarrow x^{4a+8} \cdot x^3 = x^{2a+15} \Rightarrow x^{(4a+8+3)} = x^{2a+15} \Rightarrow$
$\Rightarrow x^{4a+11} = x^{2a+15} \Rightarrow 4a+11 = 2a+15 \Rightarrow a = 2$