הצעת פתרון לבוחן מס' 19

1 נתון:

1. סדרה הנדסית אינסופית.
2. סכום הסדרה 6.
3. כל איבר גדול פי שניים מסכום כל האיברים שאחריו.

צ"ל:

סכום כל האיברים בסדרה שלאחר האיבר השביעי.

פתרון:

מנתון 3 נובע כי: $a_1 = 2\cdot(S - a_1)$

כלומר: $a_1 = 2\cdot S - 2a_1$

כלומר: $3a_1 = 2\cdot S$

וכאשר, בהתבסס על נתון 2, נסיק כי: $3\cdot a_1 = 2\cdot 6$

כלומר: $a_1 = 4$.

אם: $S=6$, אז $\frac{a_1}{1-q}=6$. נציב $a_1=4$ ונקבל: $4 = 6(1-q)$

כלומר: $4 = 6 - 6q$

כלומר: $6q = 2$

ולכן: $q = \frac{1}{3}$.

נמצא כעת את סכום כל האיברים בסדרה שלאחר האיבר השביעי, להלן:

$$\underset{\text{החלק מהאיבר השמינ'}}{S} = \frac{a_8}{1-q} = \frac{a_1\cdot q^7}{1-q} = \frac{4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^7}{1-\frac{1}{3}} = \boxed{\frac{2}{729}}$$

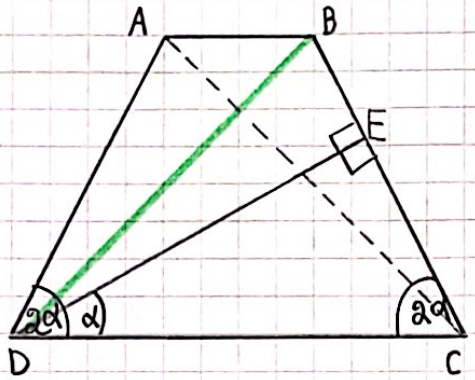
2. נתון:

1. ABCD טרפז שווה שוקיים.
2. ED מאונך לשוק BC.
3. ED מחצה הזווית ADC.

צ"ל:

א. $EC = \frac{1}{2}CD$.

ב. $AC > DE$.



פתרון:

	טענה	נימוק
1.	$\measuredangle ADC = \measuredangle BCD = 2\alpha$	1. לפי נתון 1 ABCD טרפז שווה שוקיים ובטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס שוות + סימון.
2.	$\measuredangle EDC = \alpha$	2. נתון 3 + טענה 1.
3.	$\measuredangle DEC = 90^\circ$	3. נתון 2.
4.	$\alpha + 2\alpha + 90^\circ = 180^\circ$ $3\alpha = 90^\circ \ /:3$ $\alpha = 30^\circ$	4. סכום הזוויות במשולש CDE הוא 180° + טענות 1, 2 ו-3. + טכניקה אלגברית.
5.	$EC = \frac{1}{2}CD$ משל"ל א	5. במשולש ישר זווית שבו אחת הזוויות החדות בת 30° הניצב מולה שווה למחצית היתר + טענות 3-4 + אם במשולש יש זווית ושה אל הוא ישר זווית.
6.	$BD = AC$	6. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים + נתון 1 + בניית עזר BD.
7.	משולש BED ישר זווית והו BD הוא היתר ו- DE הוא ניצב.	7. עפ"י נתון 2 + אם במשולש יש זווית ישרה אל הוא ישר זווית והכלל מול הזווית הישרה הוא היתר במשולש.
8.	$BD > DE$	8. במשולש ישר זווית היתר ארוכה מניצב + טענה 7.
9.	$AC > DE$ משל"ל ב	9. הצבה + טענות 6-8.

3. א. תחום הגדרה של $f(x)$:

$x^2-7x-8\neq 0$

$(x-8)\cdot(x+1)\neq 0$

$\boxed{x\neq 8,\ x\neq -1}$

ב. אסימפטוטה מקבילה לציר ה-y של $f(x)$ / נקודת אי רציפות סליקה של $f(x)$:

$$\lim_{x\to 8}\left(\frac{(x-8)(x+3)}{(x-8)(x+1)}\right)=\lim_{x\to 8}\left(\frac{x+3}{x+1}\right)=\frac{11}{9}=1\frac{2}{9}$$

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{x+3}{x+1}\right)=\frac{2}{0}=+\infty$$

מסקנה 1: בפונקציה $f(x)$ יש נקודת אי רציפות סליקה והיא $\boxed{(8,1\frac{2}{9})}$.

מסקנה 2: בפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה מקבילה לציר ה-x שמשוואתה $\boxed{x=-1}$ היא.