מתמטיקה

5 יחידות לימוד – מבחן מס' 2

הוראות לנבחן

א. <u>משך המבחן:</u> שלוש שעות וחצי (הארכת זמן: 45 דקות).

ב. מבנה המבחן ומפתח הערכה: במבחן זה שש שאלות, יש לפתור חמש מתוכן. ניתן לפתור את שש השאלות, במקרה זה תיבדקנה כולן והציון ייקבע לפי חמש השאלות הטובות ביותר. משקלה של כל שאלה הוא 20 נקודות, ובסך־הכל 100 נקודות.

הרכב השאלות:

1. בעיית תנועה – שאלת בגרות.
2. סדרה הנדסית – שאלת בגרות.
3. גאומטרייה – זוויות, משולשים ומרובעים.
4. חשבון דיפרנציאלי – חקירת פונקציה רציונאלית.
5. חשבון דיפרנציאלי – בעיית קיצון.
6. גאומטריה אנליטית – ישר.

ג. <u>חומר עזר מותר לשימוש:</u>

מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבוחן.

ד. <u>הוראות מיוחדות:</u>

1. אל תעתיק את התרגיל; סמן את מספרו בלבד.
2. רשום את שלבי הפתרון. <u>גם</u> כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון הסבר את <u>כל</u> פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבוחן.
3. כתוב על <u>דפי פוליו בלבד</u> ולא על דפים אשר נתלשו ממחברת ספירלה. רשום את המילה "טיוטה" ליד חישובים אשר ביצעת אליהם לא תרצה שהבודק יתייחס בעת הבדיקה.
4. עליך להחזיר את טופס המבחן.

ההנחיות בבוחן זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

שאלה ראשונה – בעיית תנועה

משאית יצאה מעיר A, וכעבור 6 שעות מרגע יציאתה הגיעה לעיר B. זמן מה אחרי יציאת המשאית יצאה מכונית מעיר A, והגיעה לעיר B 2 שעות לפני המשאית. המשאית והמכונית נפגשו כעבור שעה מרגע היציאה של המכונית. המהירויות של המכונית ושל המשאית היו קבועות. מצא כמה שעות אחרי רגע היציאה של המשאית יצאה המכונית (מצא את שני הפתרונות).

שאלה שנייה – סדרה הנדסית

נתונה סדרה הנדסית אין־סופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$. כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו.

א. מצא את המנה של הסדרה a_n .

ב. נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.

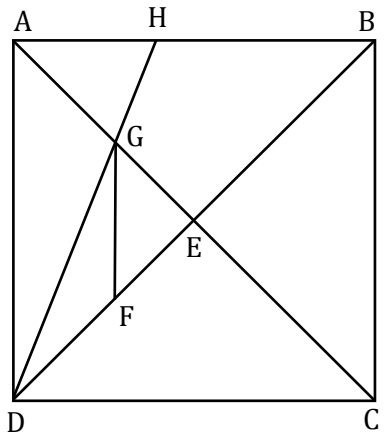
(1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

(2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא $20,460$.

מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n.

שאלה שלישית – גאומטרייה

אלכסוני הריבוע ABCD נחתכים בנקודה E. הנקודה H נמצאת על הצלע AB של הריבוע ABCD כך שהקטע DH חוצה את הזווית ADB. הנקודה F נמצאת על האלכסון BD של הריבוע ABCD והנקודה G נמצאת על האלכסון AC של הריבוע ABCD כך שהקטע GF מקביל לצלע AD של הריבוע ABCD (ראה ציור). הוכח:



א. המשולש AGH שווה שוקיים.

ב. המרובע AGFD טרפז שווה שוקיים.

ג. המרובע DFGC דלתון.

שאלה רביעית – חשבון דיפרנציאלי: חקירת פונקציה רציונאלית

הישר שמשוואתו היא $x = -1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $f(x) = \frac{kx+16}{x^2-3x-m}$ לה נקודות קיצון כאשר $x = 2$.

א. מצא את m ואת k.

ב. הצב את m ואת k אשר מצאת בסעיף א במשוואת הפונקציה ומצא עבורה (אם יש) את:

(1) תחום ההגדרה.

(2) נקודות החיתוך עם הצירים.

(3) נקודות הקיצון המקומיות.

(4) תחומי העלייה והירידה.

(5) האסימפטוטות המקבילות לציר ה־y / נקודת אי רציפות סליקה (חור).

(6) האסימפטוטה המקבילה לציר ה־ x.

שאלה חמישית – חשבון דיפרנציאלי: בעיית קיצון

מצא את היקפו המינימלי של טרפז שווה שוקיים ששטחו 72 סמ"ר וזווית הבסיס הקהה בו בת $150°$.

שאלה שישית – גאומטרייה אנליטית: ישר

נקודות האמצע של צלעות משולש הן $(1,3)$, $(5,1.5)$ ו־ $(6,4.5)$. מצא את שלושת קדקודי המשולש.

בהצלחה!